International Journal for Scientific Research (IJSR)

المجلة الدولية للبحوث العلمية

Vol. (2), No. (3)

IJSR

March 2023

الإصدار (2)، العدد (3)

نموذج برمجة بالأهداف مع دوال الرضا لاختيار المحفظة المالية في السوق المالية السعودية

A Goal Programming Model with Satisfaction Functions for Portfolio Selection in Saudi Stock Market

محمد الحنيف

قسم الأساليب الكمية، كلية إدارة الأعمال، جامعة الملك فيصل، ص. ب. 400، الإحساء 31982، المملكة العربية السعودية، mfalhanif@gmail.com

محمد الصادق الشريف

قسم الأساليب الكمية، كلية إدارة الأعمال، جامعة الملك فيصل، ص. ب. 400، الإحساء 31982، المملكة العربية السعودية

نبيل منصور

قسم الأساليب الكمية، وحدة البحث الاقتصاد التطبيقي والمحاكاة، كلية العلوم الاقتصادية و التصرف بالمهدية، جامعة المنستير، حي سيدي مسعود هيبون 5111 المهدية، الجمهورية التونسية

الملخص

تقترح هذه الورقة نموذج برمجة بالأهداف مع دوال الرضا لمشكلة اختيار المحفظة المالية مع الأخذ بعين الاعتبار أهداف متضاربة مثل رأس المال الاستثمار والعائد والمخاطر في بيئة استثمارية تتسم بعدم التأكد. الهدف من هذه الورقة هو صياغة مقاربة متعددة الأهداف لاختيار محفظة مالية يتضمن معلمات ضبابية ودمج تفضيلات المستثمر صراحة من خلال مفهوم دوال الرضا. سوف يتم تطبيق النموذج المقترح لاختيار المحفظة المالية داخل السوق المالية السعودية ومناقشة النتائج المتحصل عليها. تظهر النتائج العملية أن المستثمر تم إدماجه بشكل جيد في عملية الأمثَلة والحل في مشكلة اختيار المحفظة.

الكلمات المفتاحية: اختيار المحفظة المالية، البرمجة بالأهداف بدوال الرضا، تفضيلات المستثمر، رأس المال الاستثمار، العوائد، عدد الأسهم، المخاطر.

Abstract

This paper considers a goal programming model with satisfaction functions for portfolio selection problem taking into account conflicting objectives such us capital budget, return and risk in an imprecise investment environment. The aim of this paper is to formulate a multi-objective portfolio selection approach involving fuzzy parameters and incorporating explicitly the investor's preferences through the concept of satisfaction functions. The proposed model is applied to data obtained from Saudi stock exchange. The empirical results show that the investor is well implied in the optimization and resolution process of the portfolio selection problem.

Keywords: portfolio selection, goal programming with satisfaction functions, investor's preferences, capital budget, returns, cardinality, risk.

1. المقدمة

يعد اختيار المحفظة المالية أحد أهم مجالات اتخاذ القرارات التي تمت دراستها في مجال التمويل الحديث منذ الخمسينيات. يهتم مجال اختيار المحفظة المالية بمشكلة العثور على أسهم الشركات الأكثر مناسبة لامتلاكها وذلك بناءً على خصائص كل سهم من هذه الأسهم. يمكن الوصول لحل لهذه المشكلة أولا بتقييم الأسهم المتاحة لاختيار أفضلها من حيث تلبية تفضيلات المستثمر، وثانيا بتحديد حجم رأس المال الذي سوف يتم استثماره في كل سهم من الأسهم المختارة (Lee & Chesser, 1980).

قدّم Markowitz (1952) لأول مرة نموذج التباين المتوسط (Mean-Variance) لاختيار المحفظة المالية لتحقيق الأمثَلة في هدفي العائد والمخاطرة بشكل متزامن. لقد أحدث هذا النموذج تطورا كبيرا في نظرية التمويل خلال العقود الخمسة الماضية. والجدير بالذكر أن الشكل الأصلي لهذا النموذج لم يتم استخدامه كثيرا لإنشاء المحافظ المالية ذات الحيز الكبير بسبب نوعين رئيسيين من الصعوبات. أولاً: التعقيد الحسابي المرتبط بإعادة حل مشاكل البرمجة التربيعية ذات الحيز الكبير باستخدام مصفوفة تباين كثيفة (Sharpe, 1963). ثانيا: طبيعة البيانات المطلوبة لمشكلة اختيار المحفظة المالية.

في الواقع إنه من الصعب الوصول إلى تنبؤ دقيق لبيانات المدخلات اللازمة لهذا النموذج، لا سيما في حالة مصفوفة التباين-التغاير بين الأسهم. لقد تم أيضا انتقاد نموذج Markowitz بسبب الأداء غير المرضي خارج

العينة، ووجود أوزان كبيرة وغير مستقرة للأسهم، مما أدى إلى عدم انتشار المحافظ الاستثمارية. اقترح العديد من المؤلفين مخططات تقريبية مختلفة للتخفيف من هذه الصعوبات. تم اقتراح نمذجة المحافظ المالية باستخدام نموذج الانحراف المطلق ونموذج الانحراف شبه المطلق (Konno & Yamazaki, 1991; Mansini & Speranza, 1999).

بخلاف نموذج Markowitz؛ طور Sharpe (1963) و Perold (1984) نماذج المؤشرات التي تمكن المستثمر من تقليل العمليات الحسابية من خلال تقديم مفهوم العوامل التي تؤثر على أسعار الأسهم. أيضا طور Sharpe (1964) و Lintner (1965) نموذج تسعير الأصول الرأسمالية (Capital Asset Pricing Model)، واقترح Ross (1976) نظرية تسعير المراجحة متعدد العوامل (Arbitrage Pricing Theory)، وتسمى النماذج السابقة بنماذج التوازن. في جميع هذه الطرق؛ يكون العائد العشوائي لكل سهم هو عبارة عن تراكيب خطية من عدد صغير من العوامل المعروفة، بالإضافة إلى متغير عشوائي خاص بالسهم. تم اقتراح أعمال أكثر حداثة مع الأخذ في الاعتبار قيودا إضافية ومعايير بديلة لاتخاذ القرار مثل مقاييس الخطر السلبي، والمشكلة الأساسية، وإعادة التوازن (Almahdi & Yang, 2017; Calvo et al., 2016)، وأساليب أخرى متقدمة تعتمد على التحليل العنقودي للسلسلة المالية كخطوة أولية لاختيار المحفظة المالية (Iorio et al., 2018).

بمراجعة الأدبيات السابقة فإنه يظهر أن المستثمر عند اختيار المحفظة المالية يسعى – في الوقت ذاته – إلى دمج أهداف أخرى منها ما يتسم بالتعارض ومنها ما يكون غير قابل للقياس، بالإضافة إلى ذلك يقوم بدمج تفضيلاته الهيكلية. بالإضافة إلى الهدفين الأساسين وهما العائد والمخاطرة؛ قد يتم إضافة أهدافًا أخرى مثل رأس المال الاستثمار أو السيولة أو حجم المحفظة أو تركيبتها أو المسؤولية الاجتماعية أو حجم الأرباح الموزعة على المساهمين (Steuer & Na, 2003). يتطلب حل مشكلة اختيار المحفظة المالية متعددة المعايير إجراء تجميعي مثل البرمجة بالأهداف (Goal Programming) والذي تم تطبيقه في اختيار المحفظة المالية على نطاق واسع، حيث يمكن للمستثمر تحديد تفضيلاته لمستوى تحقيق كل هدف من أهدافه والتي بمجملها تحقق له أفضل اختيار للمحفظة المالية.

قدم Lee & Chesser (1980) أول نموذج برمجة بالأهداف الليكسيكوغرافية لمشكل المحفظة المالية مع الأخذ في الاعتبار أهداف العائد والمخاطر والأرباح الموزعة. في وقت لاحق، العديد من الأعمال مثل Bahloul & Abid (2011) و Batson (1989) و Bravo et al. (2010) و Jayaraman et al. (2015)

و Tamiz et al. (1996) و Tamiz & Azmi (2019) وXidonas et al. (2017)، قاموا بتوضيح تطبيقات البرمجة متعددة الأهداف التقليدية لمشكلة اختيار المحفظة المالية مع مراعاة العديد من الأهداف.

في الواقع؛ فإن معظم البيانات التاريخية في السوق المالية ليست دقيقة بما يكفي للتنبؤ بالوضع المستقبلي لسوق الأوراق المالية وذلك بسبب ارتفاع مستوى التذبذب في هذا النوع من الأسواق. ويضاف إلى ذلك؛ عدم قدرة المستثمر على التحديد الدقيق لأهدافه المتعلقة بالأسهم التي تتألف منها محفظته المالية. في هذا الإطار؛ فإنه من الممكن التعامل مع كل عنصر من عناصر قرار اختيار المحفظة المالية على أنه إما معلمة عشوائية وإما معلمة ضبابية، حيث تم اقتراح عدد من الصيغ المطورة من نموذج البرمجة بالأهداف للتعامل مع حالة عدم التأكد المتعلقة بمشكلة اختيار المحفظة المالية وذلك استنادا إلى نظرية الاحتمالات ونظرية الغموض.

تتعامل نظرية البرمجة العشوائية مع الحالات التي يتم النظر فيها إلى بعض أو كل أهداف مشكلة الأمثَلة على أنها متغيرات عشوائية. ولقد حاولت عدة مقاربات احتمالية معالجة حالة عدم التأكد المتعلقة بمشكلة اختيار المحفظة المالية، نذكر منها: Ballestero et al. (2009) وHan & Li (2017) و Ji et al. (2005) و La Torre & Maggis (2012)؛ ولكن هناك العديد من العوامل غير الاحتمالية التي تؤثر على الأسواق المالية. إلا أن عددا من الدراسات التجريبية أظهرت محدودية استخدام المقاربات الاحتمالية في توصيف حالة عدم التأكد في الأسواق المالية. في الحقيقة أن نظرية الاحتمالات لا تستطيع التعامل بسهولة مع المعتقدات الشخصية، كما لا يمكنها حل المشكلات التي تتضمن معلومات غير دقيقة. لذلك؛ تبدو النظرية الضبابية أسلوبا بديلا لوصف البيئة الضبابية أو غير الدقيقة، وهذا يشمل الأسواق المالية كما يشمل سلوك قرارات المستثمر.

لقد تحولت نظرية المجموعة الضبابية التي اقترحها Bellman & Zadeh (1970) إلى أداة مفيدة في التعامل مع البيانات غير الدقيقة وحالة عدم التأكد لدى متخذ القرار. تم استخدام نظرية القرار الضبابي لاختيار المحافظة المالية بواسطة العديد من الباحثين. اقترح Tanaka et al. (2000) نوعين من نماذج اختيار المحافظ المالية استنادًا إلى الاحتمالات الضبابية وتوزيعات الإمكانية. يهدف نموذج الاحتمالات الضبابية إلى تقليل تباين عائد المحفظة بينما يهدف نموذج الإمكانية إلى تقليل انتشار عائد المحفظة. شكل Watada (1997) نموذج اختيار المحفظة المالية من خلال النظر للعائد المتوقع والمخاطرة كأهداف ضبابية. بناءً

على نموذج Markowitz؛ وصف المؤلفون مستويات الإنجاز للأهداف محل الاهتمام من خلال دوال الانتماء اللوجستية. صاغ Bilbao-Terol et al. (2006) نموذج برمجة توافقي ضبابي يقدم مفهوم الحل الضبابي الأمثل. في هذه المقاربة؛ يتم تقييم الدقة بين الحل الأمثل والقيم المستهدفة بمعالجة المعلمات الضبابية من خلال فتراتها المتوقعة واستخدام التناقض بين الأرقام الضبابية. علاوة على ذلك؛ يتم استخدام تحليل الحساسية من قبل المؤلفين الذين يتناولون التفاعل بين رأي المحلل وتفضيلات المستثمر. اقترح Perez Gladish et al. (2007) نموذجًا ضبابيا من ثلاث مراحل يعتمد على نموذج متعدد المؤشرات والنظر في العديد من سيناريوهات السوق التي يتم وصفها من قبل الخبراء بطريقة غير دقيقة. يأخذ نموذجهم في الاعتبار حالة عدم التأكد المتعلقة بسيناريوهات السوق وعدم الدقة المتعلقة ببيانات النموذج. اقترح Schaerf (2002) نماذج مضافة موزونة لقرارات الاستثمار باستخدام برمجة الأهداف الضبابية. اقترح Gupta & Bhattacharjee (2010) تقنية البرمجة بالأهداف الضبابية الموزونة لمشكلة اختيار المحفظة المالية. في هذا النهج، يتم تقديم متغيرات قليلة الانحراف فقط لكل دوال الانتماء للأهداف من خلال تعيين أعلى درجة كمستويات طموح. اقترح Liu (2011) أسلوبًا ضبابيا لمشكلة الأمثلة لمحفظة الأوراق المالية حيث كانت عائدات الأسهم ممثلة في بيانات ضبابية. لقد قام باستخدام نموذج دالة خطر الانحراف المتوسط المطلق لإيجاد طريقة حل النموذج المقترح. ومع ذلك؛ يجب في هذا النهج تقريب دوال الانتماء ذات قيم أهداف محددة عن طريق تقنية α — قواطع $(\alpha - cuts)$ دون استخدام أي أشكال رياضية. اقترح Bilbao-Terol et al. (2012) أن يتم دمج البرمجة بالأهداف الضبابية مع تفضيلات المستثمرين المتعلقة بالاستثمار المستدام في صناديق الاستثمار المشتركة. ولكن يؤخذ على هذه المقاربة أنها تتضمن مشكلتين رئيسيتين. أولا: كيفية تقييم المسؤولية الاجتماعية للأسهم، والتي بطبيعتها مفهوم ضبابي وغير دقيق. ثانيا: كيفية تجميع قدر كبير من المعلومات ذات الصلة وغير الدقيقة حول الشركات والأموال.

في الآونة الأخيرة، اقترح Kocadağlı & Keskin (2015) نموذج اختيار محفظة مالية ضبابي مع مراعاة تفضيلات المخاطر وفقًا لاتجاهات تحركات السوق وكذلك المقايضة (المفاضلة أو الموازنة) بين المخاطر والعائد، والسماح لمتخذي القرار بتحديد أهمية وأولوية معينة لأهدافهم. ومع ذلك، يتطلب هذا النموذج معرفة وتفسيرًا من الخبراء لتشكيل دوال الانتماء الضبابية وذلك بما يتمشى مع سلوك المستثمر واتجاهات السوق. اقترح Mansour et al. (2019) نموذج برمجة بالأهداف باستخدام مفهوم دوال الرضا مع اعتبار العوائد ضبابية من أجل دمج تفضيلات المستثمر بشكل صريح فيما يخص العائد والمخاطرة والسيولة

للمحفظة المالية. ولقد تم في هذه المقاربة التعبير عن الأهداف المختلفة من خلال فترات وتم التعامل مع المعلمات الأخرى على أنها قيم ثابتة.

على الرغم من أن الأعمال المذكورة أعلاه قد حاولت حل بعض المشكلات المنهجية المتعلقة بعملية اختيار المحفظة المالية، فإن مسائل المقايضات بين تفضيلات المستثمر المرتبطة بعدة أهداف قد تم تناولها جزئيًا. علاوة على ذلك، فإن المواقف الذاتية للمستثمر متداخلة ولها تأثير مهم في عملية اتخاذ القرار. عمليا، يجب الأخذ بعين الاعتبار آراء المستثمر لتحديد عناصر القرار، على سبيل المثال، موقفه من قيمة المبالغ المستثمرة والتغيرات في عائد المحفظة والمخاطرة. وبالتالي، فإن الهدف من البحث هو صياغة تفضيلات المستثمر صراحة وتجميعها مع مراعاة تجربته وحدسه. لذلك، يمكن استخدام مفهوم دوال الرضا (Cherif et al., 2010; 2014) لدمج تفضيلات المستثمر بسهولة في عملية اختيار المحفظة المالية.

بالإضافة إلى ذلك، نظرت العديد من المقاربات الحالية في عوائد المحفظة والأسهم كقيمة ثابتة. في الآونة الأخيرة، تأكد العديد من الأعمال على أهمية اعتبار العائدات كمعلمات ضبابية في اختيار أفضل تركيبة للمحفظة. علاوة على ذلك، فإن التركيز الرئيسي لمعظم الأعمال الحالية هو المقايضة بين المخاطرة والعائد. ومع ذلك، تتطلب قرارات المحفظة المالية العقلانية النظر في معايير أخرى في نفس الوقت، مثل رأس المال الاستثمار وعدد الأسهم في المحفظة.

في هذه الورقة، سوف نقترح مقاربة متعددة الأهداف لاختيار المحفظة المالية تتضمن معلمات ضبابية، وبالتحديد رأس المال الاستثمار والعوائد والمخاطرة وعدد الأسهم في المحفظة. كما أنه تم نمذجة رأس مال الاستثمار كمعطى ضبابي في عملية الأمثَلة لاختيار تركيبة المحفظة المالية. للأخذ بعين الاعتبار الآراء والمواقف الذاتية للمستثمر، سوف نستفيد من نظرية المجموعات الضبابية ومفهوم دوال الرضا. بالإضافة إلى أن المقاربة المقترحة تسمح للمستثمر بالنظر في العديد من الأهداف المتضاربة وغير الدقيقة في وقت واحد، فإنها أيضًا تمكنه من دمج بنية تفضيلاته بصورة واضحة.

تم تنظيم باقي الورقة كما يلي. يعرض القسم 2 نموذج Markowitz. يقدم القسم 3 نموذج برمجة بالأهداف مع دوال الرضا. يقترح القسم 4 مقاربة أمثَلة متعددة الأهداف يشتمل بشكل صريح على تفضيلات المستثمر فيما يتعلق بثلاثة أهداف وهي رأس المال الاستثمار والعائد والمخاطرة. يعرض القسم 5 تطبيق النموذج المقترح على السوق المالية السعودية وتتضمن مناقشة للنتائج. القسم 6 يقدم بعض الملاحظات الختامية والمقترحات البحثية للورقة.

2. نموذج Markowitz

يعمل النموذج على تعظيم العائد المتوقع للمحفظة عند مستوى محدد من المخاطر، أو يمكن القول إنه يعمل على تقليل مخاطر المحفظة عند مستوى محدد من العوائد، وذلك من خلال اختيار نسب الأسهم المختلفة بعناية، مع العلم أنه يتم قياس مخاطر كل سهم بتباين عائده. إذن تتمثل المهمة في أن هناك ميزانية مخصصة للاستثمار في الأسهم، والمطلوب هو حساب نسبة كل سهم من الأسهم المراد تكوين المحفظة منها من هذه الميزانية بهدف تحقيق العائد المتوقع المطلوب مع تقليل التباين الذي بدوره يقيس المخاطرة. وبالحديث عن النموذج رياضيا فإننا نقول أن المستثمر يختار نسبة الاستثمار z_j في السهم j من بين من n من الأسهم $(j = 1, \ldots, n)$؛ حيث $\sum_{j=1}^{n} z_j = 1$ و $z_j \geq 0$ لجميع القيم التي يأخذها j. العائد r_j للسهم j هو عبارة عن متغير عشوائي بقيمة متوقعة $E(r_j)$؛ وعليه يكون العائد المتوقع للمحفظة $E(R_p) = \sum_{j=1}^{n} E(r_j) z_j$، والتباين $Var(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} cov(r_i, r_j) z_i z_j$، حيث يمثل $cov(r_i, r_j)$ التباين المشترك بين عائد السهم i وعائد السهم j. إذا رمز للحد الأدنى لمستوى العائد الذي يسعى المستثمر إلى تحقيقه بالرمز R_0؛ فيمكن صياغة المشكلة رياضيا على النحو التالي:

$$
\begin{aligned}
& \min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} cov(r_i, r_j) z_i z_j \qquad (1) \\
& \quad subject\ to \\
& \quad \sum_{j=1}^{n} E(r_j) z_j \geq R_0, \\
& \quad \sum_{j=1}^{n} z_j = 1, \\
& \quad z_j \geq 0, j = 1, \ldots, n.
\end{aligned}
$$

يمثل نموذج Markowitz معيارا ثنائيا لاختيار المحفظة المالية لأن المستثمر يسعى إلى تعظيم العائد المتوقع للمحفظة وتقليل المخاطر المالية في نفس الوقت، وبعبارة أخرى يسعى النموذج إلى تشكيل محفظة تسمح بزيادة أرباح المستثمر مع تقليل المخاطر التي تعرض المستثمر للخسائر المالية. بالعودة إلى النموذج الرياضي (1)؛ فالقيد الأول يحدد الحد الأدنى من العوائد المطلوبة، ويحدد القيد الثاني أن الميزانية المخصصة

للاستثمار يجب أن توزع بالكامل على الأسهم المختارة، ويحدد القيد الثالث شرط عدم السالبية وهو يعني من الناحية المالية أن البيع على المكشوف غير مسموح به.

لقد تم اقتراح طرق مختلفة لتقدير بيانات المدخلات في نموذج Markowitz بواسطة عدة أوراق علمية. من أشهر هذه الطرق؛ نماذج المؤشرات والتي تعمل على تقدير معاملات الارتباط بواسطة مصفوفة التباين المشترك. يعد نموذج المؤشر الواحد - والمسمى أيضا بنموذج السوق - من أوائل هذه المؤشرات التي استرعت اهتمام الكثيرين (Sharpe, 1963). في هذا النموذج يتم افتراض أن عائد أي سهم j يرتبط بالتغيرات في عوائد مؤشر السوق. تمت صياغة نموذج السوق على النحو التالي:

$$r_{j,t} = \lambda_j + \beta_j r_{m,t} + \varepsilon_{j,t} \tag{2}$$

حيث $r_{j,t}$ هو عائد السهم j خلال الفترة t والمعطى بالمعادلة $r_{j,t} = \frac{(p_{j,t} - p_{j,t-1} + d_{j,t})}{p_{j,t-1}}$ حيث $p_{j,t}$ هو سعر السهم j خلال الفترة t، $d_{j,t}$ هو الأرباح الموزعة على السهم j خلال الفترة $[t-1, t]$؛ $r_{m,t}$ هو العائد على مؤشر السوق خلال الفترة t؛ $\varepsilon_{j,t}$ هو عائد خاص على السهم j خلال الفترة t؛ λ_j و β_j معاملات يتم تقدير قيمة كل منهما بواسطة معادلة الانحدار الخطي لمتغير عوائد السوق على متغير عوائد السهم خلال نفس الفترة. الطريقة المستخدمة للتقدير هي طريقة المربعات الصغرى العادية والتي تعطى تقديرا لقيمة معامل بيتا للسهم j - والذي يرمز له بالرمز β_j - بواسطة المعادلة التالية:

$$\beta_j = \frac{cov(r_{j,t}, r_{m,t})}{var(r_{m,t})} \tag{3}$$

إذا تم تعريف معامل بيتا للمحفظة β_p على اعتباره وسطا موزونا لمعاملات بيتا للأسهم $\beta_p = \sum_{j=1}^{n} z_j \beta_j$؛ فإن مخاطر المحفظة سيتم تعريفها على النحو التالي:

$$var(R_{p,t}) = \beta_j^2 var(r_{m,t}) + \sum_{j=1}^{n} z_j^2\, var(\varepsilon_{j,t}) \tag{4}$$

الحد الثاني من الطرف الأيمن في المعادلة (4) يقترب من الصفر عندما تكون n كبيرة بما يكفي، وهذا يعني أنه إذا تم تنويع المحفظة بعدد كبير نسبيا من الأسهم المختلفة فسوف تكون مخاطر المحفظة مكونة من المخاطر الإجمالية للسوق. تستنتج مما سبق، أنه يمكن اعتبار β_p كمقياس لمخاطر المحفظة.

3. نموذج البرمجة بالأهداف

إن من بين الأساليب الحديثة التي يمكن استخدامها في اتخاذ القرارات نجد أسلوب البرمجة بالأهداف، والتي تعتبر امتدادا لنموذج البرمجة الخطية حيث لهذا الأسلوب القدرة على التعامل مع مشكل اتخاذ القرار ذو أهداف متعددة ومتعارضة. البرمجة بالأهداف هو نموذج رياضي يسعى إلى إيجاد أقرب وأحسن الحلول إلى القيم المحددة للأهداف، أيٍ أن هذا النموذج يسعى إلى معالجة تعدد الأهداف بتحقيق أكثر الحلول قربا لمجموعة الأهداف المحددة مسبقا، وهولا يعمل على تعظيم أو تدني هدف معين بذاته، وإنما يحاول الوصول إلى أقرب نتيجة لقيم الأهداف المحددة مسبقا، وذلك عن طريق تدنية مجموع انحرافات النتائج عن الأهداف المحددة مسبقا إلى أدنى حد ممكن.

أول صياغة لنموذج البرمجة بالأهداف تمت على يد Charnes & Cooper (1957)، يرمي هذا النموذج إلى الحصول على الحل الأمثل لمجموعة من الأهداف عن طريق اختيار متغيرات القرار x_j حيث ($j = 1,\ldots,n$) والتي تقوم بتدنية مجموع الفروق أو الانحرافات للدالة الأهداف التي يحددها المقرر والتي تراعي أيضا مجموعة من القيود ويكتسي النموذج الشكل الرياضي التالي :

$$Min\,Z = \sum_{i=1}^{p} (\gamma_i^+ + \gamma_i^-) \qquad (5)$$

$$subject\ to$$
$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} - \gamma_i^+ + \gamma_i^- = g_i$$
$$Cx \leq B$$
$$x_j \geq 0 \ \ (j = 1,\ldots,n)$$
$$\gamma_i^+, \gamma_i^- \geq 0 \ (i = 1,\ldots,p)$$

حيث أن:

a_{ij} : معاملات التكنولوجيا المتعلقة بمتغيرات القرار.

C : مصفوفة المعاملات المتعلقة بقيود الموارد المتاحة.

B : شعاع العمود للكميات المتاحة.

g_i: مستوى المرغوب الوصول إليه من كل هدف (يعيني القيمة المستهدفة) .

γ_i^+ : هو الانحراف الإيجابي عن مستوى الطموح g_i المحدد للهدف i.

IJSR, VSRP Publishing, UK
Website: https://ijsr.vsrp.co.uk
ISSN 2755-3418 (Online)

γ_i^- : هو الانحراف السلبي عن مستوى الطموح g_i المحدد للهدف i.

مع العلم أن جداء الانحرافات الموجبة والسالبة $(\gamma_i^- \times \gamma_i^+)$ يكون معدوما، لأن الانحراف γ_i^+ و γ_i^- لا يمكن تحقيقها معا، حيث لا يمكن أن نصل إلى قيمة أكبر من الهدف وأصغر منه في آن واحد.

بالرغم من أن الصياغة الأولى لنموذج البرمجة بالأهداف في شكله المعياري لقيت رواجا مهما إلا أنّها تشكو بعض النقائص، والتي تركز أساسا حول قصورها أو عدم أخذها للأفضليات متخذ القرار حيث أنها اقتصرت على التحليل الكمي فقط. في ظل هذه النقائص ظهرت العديد من التطورات لمقاربة البرمجة بالأهداف أهّمها: البرمجة بالأهداف المرجحة، البرمجة بالأهداف النسبية، البرمجة بالأهداف الليكسيكوغرافية، البرمجة بالأهداف المبهمة، البرمجة بالأهداف الاحتمالية، والبرمجة بالأهداف باستعمال دوال الرضا.

4. نموذج البرمجة بالأهداف غير الدقيقة مع دمج تفضيلات المستثمر

القضية الرئيسية للمستثمر هي اختيار محفظة مربحة وآمنة وبمبلغ استثمار محبذ وتحقق له أعلى درجات الرضا. تتسم عادة الأهداف المتضمنة في عملية اختيار المحفظة المالية بالتعارض. في الواقع هناك عدة أهداف يمكن للمستثمر أن يأخذها بعين الاعتبار في مشكلة اختيار المحفظة المالية وفي هذا البحث سوف نكتفي بثلاثة أهداف وهي: رأس المال الاستثمار والعائد والمخاطرة للمحفظة.

1.4. نمذجة تفضيلات المستثمر

يكمن التحدي الرئيسي للمستثمر في تحديد محفظة استثمارية ذات كفاءة ترضي تفضيلاته البديهية. بهذا المعنى؛ يتفوق مفهوم الرضا على المفهوم الكلاسيكي للمقايضات التي تحصل بين المخاطرة والعائد فقط. في الواقع، يتضمن رضا المستثمر مجموعة معقدة من التفضيلات والافتراضات. لا توجد طريقة عامة تسمح للمستثمر وبشكل صريح أن يحدد جميع تفضيلاته أو معلمات القرار التي يتم أخذها بعين الاعتبار عند عملية اختيار المحفظة. في المقاربة المقترحة، سوف يتيح مفهوم دوال الرضا للمستثمر تحديد رغباته أو أهدافه الاستثمارية التي تنسجم مع عملية اختيار محافظ مالية مقبولة وذات كفاءة.

1.1.4. إنشاء دوال الرضا لرأس المال الاستثمار

بشكل عام، تم تقديم قيد رأس المال الاستثمار من خلال الصيغة الرياضية التقليدية التالية:

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \leq I_p \tag{6}$$

حيث يمثل I_p رأس المال الاستثمار المحفظة و x_j المبلغ المستثمر في كل سهم.

في هذه المقاربة، يتعين على المستثمر تحديد نطاق لرأس المال الاستثمار المحفظة، يرمز له بـ $[I_p^l\ ;\ I_p^u]$ ، حيث أن I_p^u و I_p^l يمثلان على التوالي الحد الأعلى والحد الأدنى لمبلغ الاستثمار المحبذ والمشار إليه بـ $\tilde{I}_p$، وحيث أن $\tilde{I}_p \in [I_p^l\ ;\ I_p^u]$.

يمكننا بعد ذلك وضع قيد على هدف رأس المال الاستثمار مع مراعاة تفضيلات المستثمر فيما يتعلق $\tilde{I}_p$. يمكن كتابة هذا القيد على النحو التالي:

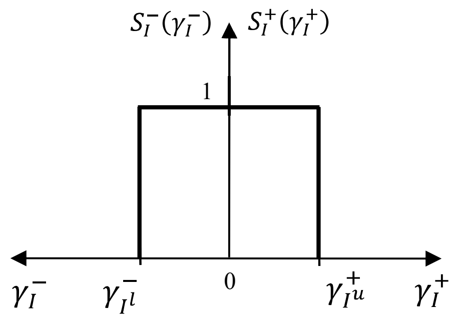
$$\sum_{j=1}^{n} x_j + \gamma_I^- - \gamma_I^+ = \tilde{I}_p \tag{7}$$

حيث يمثل γ_I^+ و γ_I^- على التوالي متغيري الانحرافات الموجبة والسالبة عن مستوى رأس المال الاستثمار المحبذ $\tilde{I}_p$. نظرا لأن الهدف الذي نسعى إليه هو تجنب الزيادة والنقصان عن الهدف المأمول $\tilde{I}_p$؛ فإنه ينبغي تقليل الانحرافات السالبة والموجبة على السواء. يمكن التعبير عن تفضيلات المستثمر المتعلقة بتغير $\tilde{I}_p$ بواسطة دالة رضا يرمز لها بـ $S_I(\gamma_I)$، وتقيس المستوى الذي عليه الرضا عندما تأخذ $\tilde{I}_p$ قيمة معينة، وتكتب هذه الدالة على النحو التالي:

$$S_I(\gamma_I) = S_I^-(\gamma_I^-) + S_I^+(\gamma_I^+)$$

من الواضح أن المستثمر سيكون راضيا عن أي مبلغ من بين I_p^l و I_p^u. علاوة على ذلك، فإن أي $\tilde{I}_p$ أقل من I_p^l أو أكبر من I_p^u سيسفر عن رفض المحفظة. يمكن اختيار كمبلغ مفضل لـ $\tilde{I}_p$ متوسط الفترة $[I_p^l\ ;\ I_p^u]$ ويرمز له بـ I_p^* (بمعنى أنه $I_p^* = I_p^l + I_p^u/2$). الشكل (1) يوضح الرسم البياني لدالة الرضا $S_I(\gamma_I)$. نلاحظ من خلال الشكل أن مستوى رضا المستثمر يكون كاملا عندما تكون الانحرافات عن I_p^* أقل من أو تساوي

γ_{Il}^{-} أو γ_{Iu}^{+}. وخلاف ذلك، فإن أي حل يؤدي إلى انحرافات أكبر من γ_{Il}^{-} أو γ_{Iu}^{+} سيتم رفضه من قبل المستثمر (بمعنى أنه $\gamma_{I}^{-} > \gamma_{Il}^{-}$ أو $\gamma_{I}^{+} > \gamma_{Iu}^{+}$).



الشكل 1: دالة الرضا رأس المال الاستثمار $\tilde{I}_p$.

بالاستعانة بتعريف المتغيرين الثنائيين ϑ_{I1} و ϑ_{I2}؛ سوف نكتب البرنامج الرياضي الذي يعظم $S_I(\gamma_I)$ على النحو التالي:

$$\begin{aligned} & max\, S_I(\gamma_I) = \vartheta_{I1} + \vartheta_{I2} \\ & subject\ to \\ & 0 \le \gamma_I^- \le \vartheta_{I1}\gamma_{Il}^- \\ & 0 \le \gamma_I^+ \le \vartheta_{I2}\gamma_{Iu}^+ \\ & \vartheta_{I1} + \vartheta_{I2} = 1 \\ & \vartheta_{I1}, \vartheta_{I2} \in \{0,1\} \end{aligned} \tag{8}$$

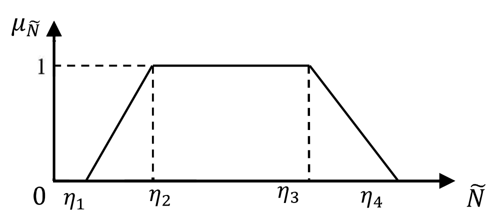
2.1.4. إنشاء دالة الرضا لعائد المحفظة

يتخذ المستثمر دائما قراراته في بيئة اقتصادية تتسم بعدم التأكد وتكون فيها الخيارات غير واضحة وغير مؤكدة؛ ولذا فإن المستثمر لا يمكنه على وجه التحديد أن يقرر مستوى عائد المحفظة R_p الذي يطمح إلى تحقيقه، ولا حتى يمكنه أن يتنبأ بدقة قيمة عائد كل سهم من الأسهم المراد اختيارها في المحفظة r_j ($j = 1, \dots, n$). وبسبب أن كلا من R_p و r_j هي قيم ضبابية في مشكلة اختيار المحفظة المالية؛ فحل المشكلة أيضا سيكون ضبابيا أي أنه سوف يتم تعريفه بواسطة توزيع الإمكانية. سوف نرمز في هذا العمل لهدف عائد المحفظة الضبابي بالرمز $\tilde{R}_p$، ونرمز لمعلمات عوائد الأسهم الضبابية بالرمز $\tilde{r}_j$ والتي سوف يتم حسابها

بواسطة رقم شبه منحرف ضبابي يرمز له بالرمز $\tilde{N} = (\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4)$، حيث يعتبر هذا المقياس بمثابة تقدير ذاتي لكل معلمة ضبابية معرفة بتوزيع الإمكانية الخاص بها.

الشكل (2) يمثل توزيع الإمكانية $\mu_{\tilde{N}}$ للعوائد الضبابية $\tilde{N}$؛ حيث $0 \leq \mu_{\tilde{N}} \leq 1$، ويمكن ملاحظة القيم الأربع التي يأخذها $\tilde{N}$ وهي η_1 و η_2 و η_3 و η_4؛ بحيث أن القيم الطرفية في قاعدة شبه المنحرف η_1 و η_4 يقابلها درجة إمكانية تساوي صفر، بينما تكون درجة الإمكانية الأعلى مناظرة للفترة $[\eta_2, \eta_3]$ في وسط قاعدة شبه المنحرف ويكون عندها $\mu_{\tilde{N}} = 1$. تم اختيار هذا النوع – الرقم شبه المنحرف الضبابي – من بين الأرقام الضبابية الأخرى لكونه أكثر شيوعا في حل مشاكل البرمجة الرياضية. بالإضافة إلى ذلك، فإن دالة الانتماء للرقم الضبابي من نوع شبه المنحرف تعرف بدالتين أو أكثر كلها خطية وهو الأمر الذي يسهل العمليات الحسابية بشكل كبير. لتحديد الفترات المتوقعة والقيم المتوقعة للعوائد الضبابية، تم اتباع خطوات المنهجية المستخدمة في Mansour et al., (2019). وتتلخص هذه الخطوات كالاتي:

– الخطوة الأولى لتوليد توزيع الإمكانية لعائد المحفظة الضبابي $\tilde{R}_p$ هي حساب الحل المثالي R_p^{max} والحل ضد المثالي R_p^{min} له.
– الخطوة الثانية هي تحديد توزيعات الإمكانية لحل $\tilde{R}_p$ الضبابي والذي يرمز لها بالرمز $\tilde{R}_p^*$.
– الخطوة الثالثة والأخيرة هي حساب الفترات المتوقعة والقيم المتوقعة لعوائد المحفظة والأسهم. بالنسبة لعائد المحفظة، الفترة المتوقعة هي $\left[R_p^l\ ;\ R_p^u\right]$ والقيمة المتوقعة هي R_p^*، حيث أن R_p^u و R_p^l يمثلان الحد الأعلى والحد الأدنى للفترة المتوقعة على التوالي. أما بالنسبة لعائد كل سهم j ($j = 1, \dots, n$)، الفترة المتوقعة هي $\left[r_j^l\ ;\ r_j^u\right]$ والقيمة المتوقعة هي r_j^*، حيث أن r_j^u و r_j^l يمثلان الحد الأعلى والحد الأدنى للفترة المتوقعة على التوالي.



الشكل 2: توزيع الإمكانية للعوائد الضبابية.

يعطي عائد المحفظة $\tilde{R}_p$ فكرة عن ربحية المحفظة. في الواقع، الغرض الذي يدفع المستثمر للاستثمار هو الحصول على دخل أعلى في المستقبل، والذي يمكن أن يكون في شكل رأس مال أو أرباح أو نمو مالي. يمكننا تقديم قيد لهدف العائد مع مراعاة تفضيلات المستثمر المتعلقة بأكثر ما يرغبه المستثمر في عائد الاستثمار. من الطبيعي أن يسعى المستثمر للوصول إلى أقصى قيمة لعائد المحفظة، وبالتالي فإننا نقترح الحد الأعلى للفترة المتوقعة R_p^u، باعتباره أكثر ما يرغبه المستثمر في عائد الاستثمار؛ وبهذا يكون R_p^u هو مستوى الطموح المتعلق بهذا الهدف، وعليه يكتب القيد على النحو التالي:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{r_j^* x_j}{\tilde{I}_p} + \gamma_R^- - \gamma_R^+ = R_p^u \tag{9}$$

حيث يمثل γ_R^+ و γ_R^- على التوالي متغيري الانحرافات الموجبة والسالبة عن مستوى العائد المأمول R_p^u.

يمكن التعبير عن تفضيلات المستثمر المتعلقة بتغير عائد المحفظة بواسطة دالة رضا يرمز لها بالرمز $S_R(\gamma_R)$، وتقيس المستوى الذي عليه الرضا عندما تأخذ $\tilde{R}_p$ قيمة معينة ضمن الفترة $\left[R_p^l, R_p^u\right]$، وتكتب هذه الدالة على النحو التالي:

$$S_R(\gamma_R) = S_R^-(\gamma_R^-)$$

وبسبب أن الشيء المطلوب تجنبه هو تحقيق عائد أقل من المستوى المأمول R_p^u؛ يتم تقليل الانحرافات السالبة فقط، وهذا سبب تضمين γ_R^- في الدالة $S_R(\gamma_R)$ دون γ_R^+. من المنطقي أن مستوى الرضا لدى المستثمر سيكون كاملا في حال كان $\tilde{R}_p \geq R_p^u$، كما أن مستوى الرضا لن يكون كاملا في الفترة $R_p^l \leq \tilde{R}_p <$ R_p^u، بل إنه سينخفض كلما اقترب $\tilde{R}_p$ من الحد الأدنى للفترة R_p^l، وأما إذا انخفض مستوى الرضا عن الحد الأدنى $\tilde{R}_p < R_p^l$ فعندئذ يصبح المستثمر غير راض بتاتا ويتم رفض المحفظة. يوضح الشكل (3) رسما بيانيا لدالة الرضا $S_R(\gamma_R)$. ويظهر من خلال هذا الرسم أن مستوى رضا المستثمر يكون في حده الأقصى ويساوي 1 عندما يكون الانحراف السالب γ_R^- عن المستوى المأمول R_p^u يساوي صفر، ثم يتناقص مستوى الرضا مع الزيادة الحاصلة في الانحراف السالب ضمن الفترة $\gamma_R^- \in \left[0, \gamma_{R^l}^-\right]$، وأخيرا يتم رفض المحفظة عندما يتجاوز الانحراف السالب γ_R^- عتبة الاعتراض $\gamma_{R^l}^-$، وسميت كذلك لأن متخذ القرار بعدها يتخلى عن هذا الحل.

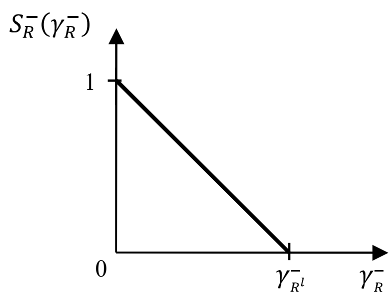
ISSN 2755-3418 (Online)

يمكن كتابة البرنامج الرياضي الذي يهدف إلى تعظيم $S_R(\gamma_R)$ على النحو التالي:

$$max\, S_R(\gamma_R) = 1 - \frac{\gamma_R^-}{\gamma_{R^l}^-} \qquad (10)$$

$$subject\ to$$

$$0 \leq \gamma_R^- \leq \gamma_{R^l}^-$$



الشكل 3: دالة الرضا لعائد المحفظة $\tilde{R}_p$.

3.1.4. إنشاء دوال الرضا لمخاطر المحفظة

تقيس مخاطر المحفظة $\tilde{\beta}_p$ الارتباط بين عائد السهم وعائد السوق، ويشير الارتباط القليل مع السوق إلى أن أداء السهم يتسم بالاستقلالية وعدم التفاعل مع حركة السوق. نظرا لما تنطوي عليه محاولة التغلب على السوق بتبني استراتيجية الاستثمار النشط من مخاطر عالية، فقد افترضنا أن المستثمر يقبل الفرضية القائلة بأن السوق يتسم بالكفاءة وبناء على ذلك يتبع المستثمر استراتيجية الاستثمار السلبي (Lee & Chesser, 1980). لغرض اختيار محفظة مخاطرها مثل مخاطر السوق؛ فإننا نقترح إعطاء هذا الهدف مستوى مأمول يساوي 1، وعليه يمكن صياغة الهدف المتعلق بمخاطر المحفظة كالتالي:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{\beta_j x_j}{\tilde{I}_p} + \gamma_\beta^- - \gamma_\beta^+ = 1 \qquad (11)$$

حيث يمثل γ_β^+ و γ_β^- على التوالي متغيري الانحرافات الموجبة والسالبة عن مستوى مخاطر المحفظة المطلوب.

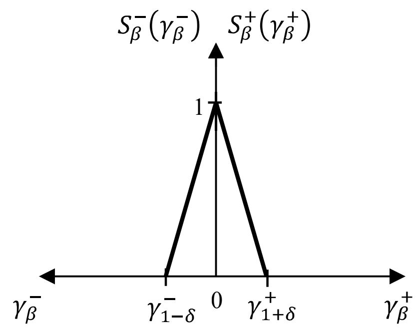
يمكن أن يتم التسامح بوجود δ كانحرافات عن 1 بمعنى أن $\tilde{\beta}_p \in [1-\delta, 1+\delta]$ حيث δ قيمة صغيرة جدا. يمكن التعبير عن تفضيلات المستثمر المتعلقة بتغير مخاطر المحفظة بواسطة دالة رضا يرمز لها بالرمز $S_\beta(S_\beta)$، وتقيس المستوى الذي عليه الرضا عندما تأخذ $\tilde{\beta}_p$ قيمة معينة ضمن الفترة $[1-\delta, 1+\delta]$، وتكتب هذه الدالة على النحو التالي:

$$S_\beta(\gamma_\beta) = S_\beta^-(\gamma_\beta^-) + S_\beta^+(\gamma_\beta^+)$$

نظرا لأن الهدف الذي نسعى إليه هو تجنب الزيادة والنقصان عن الهدف المأمول وهو 1؛ فإنه ينبغي تقليل الانحرافات السالبة والموجبة على السواء. ولهذا السبب تم تضمين γ_β^- و γ_β^+ في الدالة $S_\beta(\gamma_\beta)$ الموضح رسمها البياني في الشكل (4). نلاحظ من خلال الشكل أن مستوى رضا المستثمر يكون كاملا عندما تكون الانحرافات عن 1 تساوي صفرا، ويتناقص مستوى الرضا عندما تكون الانحرافات السالبة والموجبة على التوالي ضمن الفترتين التاليتين:

$\gamma_\beta^- \in]0\,;\gamma_{1-\delta}^-]$ و $\gamma_\beta^+ \in]0\,;\gamma_{1+\delta}^+]$،

ويتم رفض المحفظة إذا كان معامل بيتا أصغر من $1-\delta$ أو أكبر من $1+\delta$.



الشكل 4: دالة الرضا لمخاطر المحفظة $\tilde{\beta}_p$.

بالاستعانة بتعريف المتغيرين الثنائيين $\vartheta_{\beta1}$ و $\vartheta_{\beta2}$؛ سوف نكتب البرنامج الرياضي الذي يعظم $S_\beta(\gamma_\beta)$ على النحو التالي:

$$max\, S_\beta(\gamma_\beta) = \vartheta_{\beta1}\left(1 - \frac{\gamma_\beta^-}{\gamma_{1-\delta}^-}\right) + \vartheta_{\beta2}\left(1 - \frac{\gamma_\beta^+}{\gamma_{1+\delta}^+}\right) \quad (12)$$

$$subject\ to$$

$$0 \le \gamma_\beta^- \le \vartheta_{\beta1}\gamma_{1-\delta}^-$$

$$0 \le \gamma_\beta^+ \le \vartheta_{\beta2}\gamma_{1+\delta}^+$$

$$\vartheta_{\beta1} + \vartheta_{\beta2} = 1$$

$$\vartheta_{\beta1}, \vartheta_{\beta2} \in \{0,1\}$$

2.4. نموذج البرمجة بالأهداف لمشكلة اختيار المحفظة المالية:

بالإضافة إلى القيود الخاصة بالأهداف آنفة الذكر؛ أخذنا في الاعتبار قيود النظام التالية:

(أ) تنويع المحفظة وهو من المعايير الهامة في اختيار المحفظة المالية. قد يفضل المستثمر أن يستثمر بمبلغ قليل في بعض الأسهم وبمبلغ كبير في أسهم أخرى، أو أن يحدد لقطاع ما الحد الأقصى من المال الذي يتم استثماره فيه (Calvo et al., 2016; Lee & Chesser, 1980) . سوف نأخذ بعين الاعتبار القيود التالية لتنويع المحفظة:

- نقترح إضافة قيد يفرض لكل سهم النسبة القصوى التي يمكن استثمارها فيه، بحيث يجب ألا تتجاوز نسبة معينة τ_1^u يحددها المستثمر، ونكتب ذلك $\frac{x_j}{\tilde{I}_p} \le \tau_1^u \vartheta_j$؛
- بنفس الطريقة؛ يتم التحديد لكل سهم أدنى نسبة يمكن استثمارها فيه، بحيث يجب ألا تقل عن نسبة معينة τ_1^l يحددها المستثمر، ونكتب ذلك $\frac{x_j}{\tilde{I}_p} \ge \tau_1^l \vartheta_j$؛

حيث ϑ_j متغير ثنائي يأخذ القيمة واحد إذا كان السهم j $(j = 1, \dots, n)$ تم اختياره في المحفظة وإلا يأخذ القيمة صفر.

- لغرض أن يكون هناك تنويع للمحفظة على مستوى القطاعات؛ نقترح إضافة قيد يفرض لكل قطاع النسبة القصوى التي يمكن استثمارها فيه، بحيث يجب ألا تتجاوز نسبة معينة τ_2 يحددها المستثمر، ونكتب ذلك

$$\sum_{j=1}^{k_1}\frac{x_j}{\tilde{I}_p}\leq\tau_2,\ \sum_{j=k_1+1}^{k_2}\frac{x_j}{\tilde{I}_p}\leq\tau_2,\dots,\ \sum_{j=k_{e-1}+1}^{k_e}\frac{x_j}{\tilde{I}_p}\leq\tau_2،$$

حيث e تمثل عدد القطاعات و $k_1,\dots,k_e$ عدد الأسهم في كل قطاع على التوالي.

(ب) قيد عدد الأسهم في المحفظة: يجب أن يراعي المستثمر أن هناك حدود لعدد الأسهم التي تظهر فعليا في المحفظة، ونكتب ذلك $\sum_{j=1}^{n}\vartheta_j=\tilde{\ell}$، حيث $\tilde{\ell}\in[m,M]$ ويرمز للعدد المطلوب المفضل في المحفظة.

(ج) عدم السماح بالبيع على المكشوف، ونكتب ذلك $x_j\geq 0$.

اعتمادا على المقاربات Mansour et al. (2019) و Martel & Aouni (1990)؛ يتم إنشاء نموذج البرمجة متعدد الأهداف الذي يستخلص أفضل مبالغ الاستثمار في الأسهم على النحو التالي:

$$Max\ GS=w_I(\vartheta_{I1}+\vartheta_{I2})+w_R\left(1-\frac{\gamma_R^-}{\gamma_{R^l}^-}\right)+w_\beta\left(\vartheta_{\beta1}\left(1-\frac{\gamma_\beta^-}{\gamma_{1-\delta}^-}\right)+\vartheta_{\beta2}\left(1-\frac{\gamma_\beta^+}{\gamma_{1+\delta}^+}\right)\right)\qquad(13)$$

$$subject\ to$$

$$\sum_{j=1}^{n}x_j+\gamma_I^--\gamma_I^+=I_p^*\qquad(13.1)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\frac{r_j^*x_j}{\tilde{I}_p}+\gamma_R^--\gamma_R^+=R_p^u\qquad(13.2)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\frac{\beta_jx_j}{\tilde{I}_p}+\gamma_\beta^--\gamma_\beta^+=1\qquad(13.3)$$

$$0\leq\gamma_I^-\leq\vartheta_{I1}\gamma_{I^l}^-\qquad(13.4)$$

$$0\leq\gamma_I^+\leq\vartheta_{I2}\gamma_{I^u}^+\qquad(13.5)$$

$$0\leq\gamma_R^-\leq\gamma_{R^l}^-\qquad(13.6)$$

$$0\leq\gamma_\beta^-\leq\vartheta_{\beta1}\gamma_{1-\delta}^-\qquad(13.7)$$

IJSR, VSRP Publishing, UK
Website: https://ijsr.vsrp.co.uk
ISSN 2755-3418 (Online)

$$0 \leq \gamma_{\beta}^{+} \leq \vartheta_{\beta 2}\gamma_{1+\delta}^{+} \tag{13.8}$$

$$\vartheta_{I1} + \vartheta_{I2} = 1 \tag{13.9}$$

$$\vartheta_{\beta 1} + \vartheta_{\beta 2} = 1 \tag{13.10}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = \tilde{I}_p \tag{13.11}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \vartheta_j = \tilde{\ell} \tag{13.12}$$

$$\tau_1^l \vartheta_j \leq \frac{x_j}{\tilde{I}_p} \leq \tau_1^u \vartheta_j, \qquad \text{for } j = 1, \dots, n \tag{13.13}$$

$$\sum_{j=1}^{k_1} \frac{x_j}{\tilde{I}_p} \leq \tau_2 \ , \quad \sum_{j=k_1+1}^{k_2} \frac{x_j}{\tilde{I}_p} \leq \tau_2, \dots , \quad \sum_{j=k_{e-1}+1}^{k_e} \frac{x_j}{\tilde{I}_p} \leq \tau_2 \tag{13.14}$$

$$\vartheta_{I1}, \vartheta_{I2}, \vartheta_{\beta 1}, \vartheta_{\beta 2}, \vartheta_j \in \{0,1\}\,, \quad \text{for } j = 1, \dots, n \tag{13.15}$$

$$x_j \geq 0, \quad \text{for } j = 1, \dots, n \tag{13.16}$$

حيث تمثل w_I و w_R و w_β على التوالي الأوزان النسبية لأهمية رأس المال والعائد والمخاطرة، وتمثل العبارات من (13.1) إلى (13.3) قيود أهداف رأس المال والعائد والمخاطرة (انظر العبارات (7) و (9) و (11))، وتمثل العبارات من (13.5) إلى (13.11) قيود دوال الرضا (انظر إلى العبارات (8) و (10) و (12))، وتمثل العبارات من (13.12) إلى (13.16) قيود النظام الخاصة بالميزانية وعدد الأسهم وتنوع المحفظة ومنع البيع على المكشوف (انظر إلى الفقرات (أ) - (ج)).

تهدف دالة الهدف للنموذج (13) إلى تعظيم الرضا العام للمستثمر (GS) الذي يتكون من دوال الرضا لرأس المال والعائد والمخاطرة. حل هذه المعادلة يعطي أفضل مزيج من الأسهم الذي يعظم الرضا العام للمستثمر (GS).

IJSR, VSRP Publishing, UK
Website: https://ijsr.vsrp.co.uk
ISSN 2755-3418 (Online)

International Journal for Scientific Research (IJSR)

المجلة الدولية للبحوث العلمية

IJSR

Vol. (2), No. (3) March 2023 الإصدار (2)، العدد (3)

5. تطبيق على سوق تداول الأسهم السعودي:

سوف يتم تطبيق النموذج (13) لاختيار المحفظة المالية في سوق تداول الأسهم السعودي. بيانات التداول المستخدمة في هذه الدراسة هي لمائة وتسعة وأربعون (149) شركة سعودية مدرجة للفترة من يناير 2014 إلى ديسمبر 2017. هذه الشركات مدرجة في عرض الأسعار الدائم، وتم اختيارها على أساس أن بياناتها المالية متاحة من وقت إدراجها في السوق (انظر إلى الجدول رقم (1)).

جدول 1: بيانات سوق تداول الأسهم السعودي

القطاعات	الأسهم	المتغيرات	العوائد				β_j
			η_1	η_2	η_3	η_4	
المالية	أسيج	x_1	0.00003	0.00145	0.00172	0.00225	1.17740
	التأمين العربية	x_2	-0.00008	0.00156	0.00186	0.00248	1.13419
	الراجحي	x_3	0.00019	0.00094	0.00108	0.00137	0.92266
	الأهلية	x_4	-0.00083	0.00081	0.00112	0.00173	1.15217
	العالمية	x_5	0.00042	0.00212	0.00244	0.00308	1.10435
	البلاد	x_6	0.00008	0.00110	0.00130	0.00168	1.11210
	الإنماء	x_7	0.00052	0.00147	0.00165	0.00200	1.17716
	أليانز إس إف	x_8	-0.00050	0.00087	0.00113	0.00165	1.29313
	تكافل الراجحي	x_9	0.00115	0.00254	0.00281	0.00333	1.22272
	أمانة للتأمين	x_{10}	-0.00097	0.00075	0.00108	0.00173	1.19243
	الدرع العربي	x_{11}	0.00063	0.00210	0.00238	0.00294	1.09679
	عسير	x_{12}	-0.00015	0.00100	0.00121	0.00164	1.19180
	الأهلي للتكافل	x_{13}	-0.00014	0.00112	0.00136	0.00183	1.25939
	إكسا التعاونية	x_{14}	0.00030	0.00182	0.00211	0.00268	1.24325
	الجزيرة	x_{15}	-0.00036	0.00062	0.00080	0.00117	1.09986
	السعودي الفرنسي	x_{16}	0.00040	0.00135	0.00153	0.00189	0.98654
	بوبا العربية	x_{17}	0.00185	0.00323	0.00349	0.00401	1.08906
	بروج للتأمين	x_{18}	0.00058	0.00214	0.00244	0.00302	1.25594
	تشب	x_{19}	0.00009	0.00150	0.00177	0.00230	1.13252
	عناية	x_{20}	-0.00105	0.00046	0.00075	0.00131	1.08379
	الخليجية العامة	x_{21}	-0.00062	0.00081	0.00107	0.00161	1.30605
	اتحاد الخليج	x_{22}	-0.00034	0.00110	0.00137	0.00191	1.19182
	جزيرة تكافل	x_{23}	-0.00030	0.00102	0.00127	0.00177	1.12122
	المملكة	x_{24}	-0.00075	0.00032	0.00052	0.00092	0.66404
	ملاذ للتأمين	x_{25}	-0.00024	0.00140	0.00171	0.00233	1.22915
	ميدغلف للتأمين	x_{26}	-0.00046	0.00144	0.00180	0.00252	1.36317
	متلايف ايه أي جاي العربي	x_{27}	-0.00071	0.00061	0.00086	0.00135	0.88052
	الأهلي	x_{28}	0.00057	0.00157	0.00175	0.00213	0.16480
	الرياض	x_{29}	0.00013	0.00080	0.00093	0.00118	0.73313
	ساب	x_{30}	0.00039	0.00129	0.00146	0.00180	1.04592
	ساب للتكافل	x_{31}	0.00003	0.00146	0.00173	0.00227	1.29355
	الاستثمار	x_{32}	-0.00010	0.00062	0.00076	0.00103	0.76134

1.24516	0.00205	0.00159	0.00137	0.00016	x_{33}	متطورة	
1.16209	0.00249	0.00194	0.00167	0.00022	x_{34}	سايكو	
1.17528	0.00282	0.00223	0.00193	0.00037	x_{35}	سلامة	
0.86319	0.00161	0.00127	0.00110	0.00019	x_{36}	ساميا	
1.12025	0.00169	0.00124	0.00102	-0.00018	x_{37}	الإعادة السعودية	
1.22629	0.00161	0.00107	0.00080	-0.00064	x_{38}	سوليدرتي تكافل	
1.16347	0.00372	0.00322	0.00297	0.00162	x_{39}	التعاونية	
1.09084	0.00223	0.00169	0.00142	-0.00002	x_{40}	المتحدة للتأمين	
1.20887	0.00248	0.00172	0.00135	-0.00067	x_{41}	وفاء للتأمين	
1.24115	0.00312	0.00257	0.00230	0.00083	x_{42}	ولاء	
1.14931	0.00189	0.00135	0.00109	-0.00033	x_{43}	الوطنية	
1.06405	0.00184	0.00140	0.00119	0.00004	x_{44}	الأحساء	الصناعات والطاقة
1.20615	0.00225	0.00179	0.00155	0.00032	x_{45}	البابطين	
1.01434	0.00137	0.00094	0.00073	-0.00040	x_{46}	الدريس	
1.12510	0.00130	0.00079	0.00054	-0.00082	x_{47}	الخضري	
1.06247	0.00138	0.00098	0.00079	-0.00027	x_{48}	أميانتيت	
1.17643	0.00089	0.00048	0.00028	-0.00080	x_{49}	أسترا الصناعية	
1.07303	0.00230	0.00186	0.00165	0.00050	x_{50}	البحري	
1.16765	0.00324	0.00273	0.00247	0.00112	x_{51}	باتك	
1.24309	0.00105	0.00061	0.00039	-0.00078	x_{52}	بوان	
0.99003	0.00202	0.00160	0.00138	0.00025	x_{53}	بدجت السعودية	
0.85768	0.00126	0.00091	0.00074	-0.00019	x_{54}	التموين	
0.72758	0.00176	0.00145	0.00129	0.00045	x_{55}	الغاز	
1.41870	0.00198	0.00148	0.00124	-0.00009	x_{56}	بترو رابغ	
1.21181	0.00178	0.00132	0.00109	-0.00011	x_{57}	سابتكو	
1.28923	0.00166	0.00119	0.00096	-0.00029	x_{58}	المصافي	
1.03470	0.00059	0.00022	0.00004	-0.00094	x_{59}	الخزف السعودي	
0.85780	0.00206	0.00170	0.00152	0.00056	x_{60}	كهرباء السعودية	
1.28547	0.00150	0.00096	0.00069	-0.00074	x_{61}	صادرات	
1.19471	0.00176	0.00135	0.00115	0.00008	x_{62}	سيسكو	
1.22381	0.00285	0.00224	0.00193	0.00032	x_{63}	طباعة وتغليف	
0.84617	0.00175	0.00137	0.00118	0.00018	x_{64}	الفخارية	
0.81002	0.00143	0.00111	0.00095	0.00009	x_{65}	أسمنت العربية	المواد الأساسية
1.03244	0.00227	0.00190	0.00172	0.00073	x_{66}	المتقدمة	
1.36104	0.00226	0.00176	0.00151	0.00017	x_{67}	اللجين	
1.08529	0.00151	0.00104	0.00081	-0.00042	x_{68}	أنابيب	
1.19454	0.00146	0.00102	0.00080	-0.00037	x_{69}	أسلاك	
0.96588	0.00168	0.00126	0.00105	-0.00007	x_{70}	بي سي آي	
1.25158	0.00154	0.00113	0.00092	-0.00018	x_{71}	كيمانول	
0.96817	0.00103	0.00070	0.00053	-0.00035	x_{72}	أسمنت المدينة	
0.68202	0.00073	0.00045	0.00030	-0.00046	x_{73}	أسمنت الشرقية	
1.26209	0.00166	0.00121	0.00099	-0.00018	x_{74}	فيبكو	
0.92626	0.00090	0.00058	0.00042	-0.00043	x_{75}	أسمنت حائل	
1.07158	0.00121	0.00085	0.00067	-0.00030	x_{76}	أسمنت الجوف	
1.29000	0.00178	0.00133	0.00110	-0.00011	x_{77}	معدنية	
1.28141	0.00263	0.00219	0.00197	0.00079	x_{78}	معادن	

1.00293	0.00098	0.00062	0.00044	-0.00053	x_{79}	أسمنت نجران	
1.34485	0.00098	0.00047	0.00022	-0.00114	x_{80}	نماء للكيماويات	
1.21896	0.00121	0.00079	0.00058	-0.00054	x_{81}	جيسكو	
0.87904	0.00078	0.00049	0.00034	-0.00045	x_{82}	أسمنت الشمالية	
1.28934	0.00185	0.00139	0.00116	-0.00005	x_{83}	بتروكيم	
0.55469	0.00068	0.00044	0.00033	-0.00030	x_{84}	أسمنت القصيم	
1.11598	0.00167	0.00133	0.00116	0.00026	x_{85}	سابك	
0.75387	0.00080	0.00052	0.00038	-0.00037	x_{86}	سافكو	
1.41023	0.00178	0.00132	0.00109	-0.00013	x_{87}	كيان السعودية	
1.34251	0.00174	0.00129	0.00106	-0.00015	x_{88}	المجموعة السعودية	
1.20702	0.00148	0.00106	0.00084	-0.00029	x_{89}	سيكيم العالمية	
0.73929	0.00088	0.00057	0.00041	-0.00044	x_{90}	أسمنت الجنوب	
1.36448	0.00137	0.00085	0.00058	-0.00082	x_{91}	صناعة الورق	
1.15839	0.00123	0.00080	0.00059	-0.00053	x_{92}	أنابيب السعودية	
1.23430	0.00141	0.00091	0.00066	-0.00068	x_{93}	تكوين	
1.24763	0.00132	0.00090	0.00069	-0.00041	x_{94}	التصنيع	
0.75794	0.00092	0.00060	0.00044	-0.00042	x_{95}	أسمنت تبوك	
0.24624	0.00292	0.00241	0.00216	0.00081	x_{96}	أسمنت أم القرى	
1.16638	0.00198	0.00155	0.00134	0.00021	x_{97}	ينساب	
0.80932	0.00112	0.00079	0.00063	-0.00023	x_{98}	أسمنت ينبع	
0.80932	0.00112	0.00079	0.00063	-0.00023	x_{99}	أسمنت اليمامة	
1.17385	0.00154	0.00115	0.00096	-0.00006	x_{100}	الزامل للصناعة	
1.07186	0.00160	0.00122	0.00103	0.00001	x_{101}	زجاج	
0.76155	0.00240	0.00205	0.00187	0.00094	x_{102}	أسواق ع العثيم	الخدمات
0.06489	0.00232	0.00186	0.00163	0.00041	x_{103}	الأندلس	
0.17452	0.00307	0.00260	0.00236	0.00109	x_{104}	الحمادي	
0.93658	0.00167	0.00128	0.00108	0.00002	x_{105}	الجوف	
1.20831	0.00189	0.00140	0.00116	-0.00014	x_{106}	الخليج للتدريب	
0.66488	0.00201	0.00170	0.00154	0.00071	x_{107}	المراعي	
1.27246	0.00161	0.00111	0.00085	-0.00048	x_{108}	أنعام القابضة	
0.97055	0.00182	0.00145	0.00127	0.00030	x_{109}	تعمير	
0.98493	0.00029	-0.00014	-0.00035	-0.00148	x_{110}	عذيب للاتصالات	
1.03764	0.00176	0.00135	0.00114	0.00006	x_{111}	رعاية	
1.03527	0.00156	0.00116	0.00096	-0.00010	x_{112}	الكيمائية	
0.98415	0.00259	0.00217	0.00197	0.00088	x_{113}	دله الصحية	
1.22984	0.00281	0.00230	0.00205	0.00071	x_{114}	دار الأركان	
1.16723	0.00149	0.00108	0.00087	-0.00021	x_{115}	دور	
1.35131	0.00238	0.00189	0.00164	0.00033	x_{116}	إعمار	
0.98493	0.00029	-0.00014	-0.00035	-0.00148	x_{117}	اتحاد اتصالات	
1.07189	0.00193	0.00146	0.00123	-0.00002	x_{118}	إكسترا	
0.23316	0.00246	0.00197	0.00173	0.00043	x_{119}	أسواق المزرعة	
1.10997	0.00168	0.00127	0.00106	-0.00003	x_{120}	مجموعة فتيحي	
1.19094	0.00134	0.00088	0.00065	-0.00057	x_{121}	جاكو	
0.80981	0.00184	0.00145	0.00125	0.00022	x_{122}	حلواني اخوان	

0.80070	0.00159	0.00123	0.00106	0.00010	x_{123}	هارفي للأغذية
1.04684	0.00263	0.00222	0.00201	0.00092	x_{124}	جبل عمر
0.76787	0.00207	0.00169	0.00150	0.00050	x_{125}	جرير
1.17378	0.00215	0.00170	0.00147	0.00028	x_{126}	جازادكو
1.38425	0.00218	0.00166	0.00140	0.00003	x_{127}	مدينة المعرفة
0.85985	0.00210	0.00171	0.00151	0.00046	x_{128}	مكة
0.70799	0.00219	0.00184	0.00167	0.00073	x_{129}	المواساة
1.08339	0.00263	0.00217	0.00194	0.00072	x_{130}	نادك
1.22236	0.00173	0.00126	0.00102	-0.00024	x_{131}	البحر الأحمر
0.03558	0.00274	0.00229	0.00207	0.00089	x_{132}	ساكو
0.68432	0.00221	0.00185	0.00167	0.00072	x_{133}	سدافكو
1.22232	0.00233	0.00186	0.00163	0.00038	x_{134}	ساسكو
1.14557	0.00161	0.00119	0.00098	-0.00013	x_{135}	مجموعة صافولا
1.12692	0.00160	0.00107	0.00080	-0.00063	x_{136}	الأسماك
1.09308	0.00089	0.00046	0.00025	-0.00087	x_{137}	شاكر
1.32588	0.00162	0.00114	0.00090	-0.00038	x_{138}	صدق
0.98192	0.00141	0.00105	0.00087	-0.00009	x_{139}	الدوائية
1.18458	0.00180	0.00137	0.00115	-0.00001	x_{140}	العقارية
1.11412	0.00431	0.00366	0.00333	0.00158	x_{141}	الأبحاث والتسويق
0.76330	0.00180	0.00150	0.00135	0.00056	x_{142}	الاتصالات
1.14612	0.00173	0.00126	0.00102	-0.00023	x_{143}	تبوك الزراعية
0.90362	0.00161	0.00127	0.00111	0.00022	x_{144}	طيبة
0.54542	0.00164	0.00101	0.00069	-0.00100	x_{145}	تهامة
1.24318	0.00128	0.00078	0.00054	-0.00078	x_{146}	شمس
0.92026	0.00223	0.00170	0.00144	0.00003	x_{147}	ثمار
1.39462	0.00219	0.00165	0.00138	-0.00005	x_{148}	وفرة
0.26882	0.00121	0.00077	0.00055	-0.00063	x_{149}	زين السعودية

لغرض إنشاء الأرقام الضبابية لعائد كل سهم j $(j = 1,2, \dots ,149)$؛ أخذنا القيمة السوقية المعدلة والأرباح على السهم التي تم توزيعها خلال نفس الفترة المذكورة أعلاه. سوف نستخدم البيانات المالية اليومية للأسهم لحساب العوائد اليومية لكل سهم j. بمجرد الحصول على سلسلة العوائد اليومية؛ يتم حساب متوسط وتباين كامل السلسلة والمكونة من 1002 عائدا يوميا، ثم يتم بناء ثلاث فترات ثقة بمستويات ثقة 90% و 95% و 99%، ثم أخيرا نفترض أن المتوسط الحسابي لعائد السهم j يمثل قيمة η_1 في الرقم الضبابي شبه المنحرف، وأن الحد الأعلى لفترات الثقة بمستويات ثقة 90% و 95% و 99% يمثل على التوالي η_2 و η_3 و η_4 (انظر إلى الجدول رقم (1)). سوف يتم استخدام هذه القيم لحساب الفترة المتوقعة $\left[r_j^l, r_j^u\right]$ والقيمة المتوقعة r_j^* لكل سهم j (انظر إلى الجدول رقم (4)).

نفترض أن نطاق رأس المال الذي حدده المستثمر بالريال السعودي هو [8000 ; 12000]. نقترح أيضا أن النسبة القصوى التي يمكن استثمارها في كل سهم هي $\tau_1^u = 0.15$ وأن أدنى نسبة يمكن استثمارها هي $\tau_1^l = 0.05$. كما نقترح أن أقصى نسبة τ_2 يسمح باستثمارها في أي قطاع h (المالية، الصناعات والطاقة، المواد الأساسية، الخدمات)، حيث $h = 1,2,3,4$ هي 40% أي أن $\tau_2 = 0.4$. بالإضافة إلى ذلك؛ نفترض أن العدد المطلوب من الأسهم التي يتم تضمينها في المحفظة يتراوح ما بين اثنا عشر وثمانية عشر سهما أي أن $12 \leq \tilde{\ell} \leq 18$.

في دراسة الحالة الحقيقية هذه؛ سوف نقوم بالخطوات التالية:

أولا: سوف نحسب الحلول المثالية وضد المثالية لكل هدف.

ثانيا: سوف نحدد توزيع الإمكانية للحل الضبابي الخاص بعائد المحفظة.

ثالثا: سوف نحسب الفترات المتوقعة والقيم المتوقعة الخاصة بالمعلمات الضبابية.

رابعا: سوف نطبق النموذج المقترح. خامسا وأخيرا: سوف نعرض النتائج ونقوم بمناقشتها.

باستخدام المنهجية المستخدمة في Mansour et al. (2019)؛ تم أولا حساب الحلول المثلى وضد المثلى لعائد المحفظة الضبابي (انظر إلى الجدول رقم (2)). بعد ذلك، تم استخدام هذه الحلول لتحديد توزيع الإمكانية للحل الضبابي الخاص بعائد المحفظة (انظر إلى الجدول رقم (3) والشكل رقم (5)).

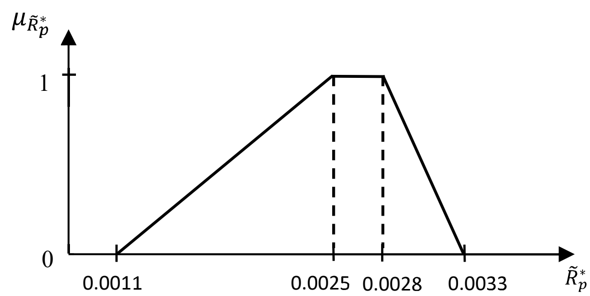
جدول 2: الحلول المثلى وضد المثلى لعائد المحفظة الضبابي

$(R_p^{min})^u$	$(R_p^{min})^l$	$(R_p^{max})^u$	$(R_p^{max})^l$	α
0.00046	-0.00129	0.00383	0.00155	0
0.00039	-0.00103	0.00372	0.00184	0.2
0.00032	-0.00080	0.00361	0.00213	0.4
0.00024	-0.00057	0.00350	0.00242	0.6
0.00017	-0.00034	0.00339	0.00271	0.8
0.00010	-0.00011	0.00328	0.00301	1

International Journal for Scientific Research (IJSR)
المجلة الدولية للبحوث العلمية
IJSR
Vol. (2), No. (3)
March 2023
الإصدار (2)، العدد (3)

جدول 3: توزيـع الإمكانية للحل الضابي الخاص بعائد المحفظة الضبابي

α	$\tilde{R}_p^* = \max \sum_{j=1}^{n} \tilde{r}_j x_j$
0	[0.00110 ; 0.00331]
0.2	[0.00138 ; 0.00320]
0.4	[0.00166 ; 0.00309]
0.6	[0.00194 ; 0.00299]
0.8	[0.00222 ; 0.00288]
1	[0.00251 ; 0.00278]



الشكل 5: توزيـع الإمكانية للحل الضبابي $\tilde{R}_p^*$.

وقد تم حساب كل من الفترة المتوقعة والقيمة المتوقعة الخاصة بعائد المحفظة كما يلي:

$$[R_p^l, R_p^u] = [0.00180 \,; 0.00304]$$

$$R_p^* = 0.00242$$

كما تم حساب كل من الفترة المتوقعة والقيمة المتوقعة الخاصة بكل عائد سهم ضبابي والمتضمنة في الجدول رقم (4).

جدول 4: الفترات المتوقعة والقيم المتوقعة الخاصة بعوائد الأسهم

العوائد المتوقعة			المتغيرات
r_j^*	r_j^u	r_j^l	
0.00136	0.00199	0.00074	x_1
0.00145	0.00217	0.00074	x_2
0.00090	0.00123	0.00057	x_3
0.00071	0.00142	-0.00001	x_4
0.00202	0.00276	0.00127	x_5
0.00104	0.00149	0.00059	x_6
0.00141	0.00183	0.00100	x_7
0.00079	0.00139	0.00019	x_8
0.00246	0.00307	0.00185	x_9
0.00065	0.00140	-0.00011	x_{10}
0.00201	0.00266	0.00137	x_{11}
0.00092	0.00143	0.00042	x_{12}
0.00104	0.00159	0.00049	x_{13}
0.00173	0.00239	0.00106	x_{14}
0.00056	0.00099	0.00013	x_{15}
0.00130	0.00171	0.00088	x_{16}
0.00314	0.00375	0.00254	x_{17}
0.00205	0.00273	0.00136	x_{18}
0.00141	0.00203	0.00079	x_{19}
0.00037	0.00103	-0.00030	x_{20}
0.00072	0.00134	0.00010	x_{21}
0.00101	0.00164	0.00038	x_{22}
0.00094	0.00152	0.00036	x_{23}
0.00025	0.00072	-0.00022	x_{24}
0.00130	0.00202	0.00058	x_{25}
0.00133	0.00216	0.00049	x_{26}
0.00053	0.00110	-0.00005	x_{27}
0.00150	0.00194	0.00107	x_{28}
0.00076	0.00105	0.00046	x_{29}
0.00124	0.00163	0.00084	x_{30}
0.00137	0.00200	0.00075	x_{31}
0.00058	0.00090	0.00026	x_{32}
0.00129	0.00182	0.00076	x_{33}
0.00158	0.00222	0.00095	x_{34}
0.00184	0.00252	0.00115	x_{35}
0.00105	0.00144	0.00065	x_{36}
0.00094	0.00146	0.00042	x_{37}
0.00071	0.00134	0.00008	x_{38}
0.00288	0.00347	0.00230	x_{39}
0.00133	0.00196	0.00070	x_{40}
0.00122	0.00210	0.00034	x_{41}
0.00221	0.00285	0.00156	x_{42}
0.00100	0.00162	0.00038	x_{43}
0.00112	0.00162	0.00061	x_{44}
0.00148	0.00202	0.00094	x_{45}
0.00066	0.00116	0.00017	x_{46}
0.00045	0.00105	-0.00014	x_{47}
0.00072	0.00118	0.00026	x_{48}

0.00021	0.00068	-0.00026	x_{49}
0.00158	0.00208	0.00108	x_{50}
0.00239	0.00298	0.00179	x_{51}
0.00032	0.00083	-0.00020	x_{52}
0.00131	0.00181	0.00081	x_{53}
0.00068	0.00108	0.00027	x_{54}
0.00124	0.00161	0.00087	x_{55}
0.00115	0.00173	0.00057	x_{56}
0.00102	0.00155	0.00049	x_{57}
0.00088	0.00143	0.00033	x_{58}
-0.00002	0.00041	-0.00045	x_{59}
0.00146	0.00188	0.00104	x_{60}
0.00060	0.00123	-0.00002	x_{61}
0.00109	0.00156	0.00062	x_{62}
0.00183	0.00254	0.00112	x_{63}
0.00112	0.00156	0.00068	x_{64}
0.00089	0.00127	0.00052	x_{65}
0.00166	0.00209	0.00123	x_{66}
0.00142	0.00201	0.00084	x_{67}
0.00074	0.00128	0.00020	x_{68}
0.00073	0.00124	0.00021	x_{69}
0.00098	0.00147	0.00049	x_{70}
0.00085	0.00134	0.00037	x_{71}
0.00048	0.00087	0.00009	x_{72}
0.00026	0.00059	-0.00008	x_{73}
0.00092	0.00144	0.00041	x_{74}
0.00037	0.00074	-0.00001	x_{75}
0.00061	0.00103	0.00019	x_{76}
0.00102	0.00155	0.00049	x_{77}
0.00189	0.00241	0.00138	x_{78}
0.00038	0.00080	-0.00004	x_{79}
0.00013	0.00073	-0.00046	x_{80}
0.00051	0.00100	0.00002	x_{81}
0.00029	0.00063	-0.00006	x_{82}
0.00109	0.00162	0.00056	x_{83}
0.00029	0.00056	0.00001	x_{84}
0.00111	0.00150	0.00071	x_{85}
0.00033	0.00066	0.00001	x_{86}
0.00102	0.00155	0.00048	x_{87}
0.00098	0.00151	0.00046	x_{88}
0.00077	0.00127	0.00028	x_{89}
0.00035	0.00072	-0.00001	x_{90}
0.00050	0.00111	-0.00012	x_{91}
0.00052	0.00101	0.00003	x_{92}
0.00057	0.00116	-0.00001	x_{93}
0.00063	0.00111	0.00014	x_{94}
0.00038	0.00076	0.00001	x_{95}
0.00207	0.00266	0.00148	x_{96}
0.00127	0.00176	0.00078	x_{97}
0.00058	0.00096	0.00020	x_{98}
0.00058	0.00096	0.00020	x_{99}
0.00090	0.00135	0.00045	x_{100}
0.00096	0.00141	0.00052	x_{101}

0.00181	0.00222	0.00140	x_{102}
0.00156	0.00209	0.00102	x_{103}
0.00228	0.00283	0.00172	x_{104}
0.00101	0.00148	0.00055	x_{105}
0.00107	0.00164	0.00051	x_{106}
0.00149	0.00186	0.00112	x_{107}
0.00077	0.00136	0.00019	x_{108}
0.00121	0.00164	0.00079	x_{109}
-0.00042	0.00008	-0.00091	x_{110}
0.00108	0.00155	0.00060	x_{111}
0.00090	0.00136	0.00043	x_{112}
0.00190	0.00238	0.00142	x_{113}
0.00197	0.00255	0.00138	x_{114}
0.00081	0.00128	0.00033	x_{115}
0.00156	0.00214	0.00099	x_{116}
-0.00042	0.00008	-0.00091	x_{117}
0.00115	0.00170	0.00060	x_{118}
0.00165	0.00221	0.00108	x_{119}
0.00099	0.00147	0.00051	x_{120}
0.00058	0.00111	0.00004	x_{121}
0.00119	0.00164	0.00073	x_{122}
0.00100	0.00141	0.00058	x_{123}
0.00195	0.00243	0.00146	x_{124}
0.00144	0.00188	0.00100	x_{125}
0.00140	0.00192	0.00088	x_{126}
0.00132	0.00192	0.00072	x_{127}
0.00144	0.00190	0.00098	x_{128}
0.00161	0.00202	0.00120	x_{129}
0.00187	0.00240	0.00133	x_{130}
0.00094	0.00149	0.00039	x_{131}
0.00200	0.00252	0.00148	x_{132}
0.00161	0.00203	0.00120	x_{133}
0.00155	0.00209	0.00100	x_{134}
0.00091	0.00140	0.00043	x_{135}
0.00071	0.00134	0.00009	x_{136}
0.00018	0.00068	-0.00031	x_{137}
0.00082	0.00138	0.00026	x_{138}
0.00081	0.00123	0.00039	x_{139}
0.00108	0.00158	0.00057	x_{140}
0.00322	0.00398	0.00245	x_{141}
0.00130	0.00165	0.00095	x_{142}
0.00094	0.00149	0.00040	x_{143}
0.00105	0.00144	0.00066	x_{144}
0.00058	0.00132	-0.00016	x_{145}
0.00045	0.00103	-0.00012	x_{146}
0.00135	0.00196	0.00073	x_{147}
0.00129	0.00192	0.00066	x_{148}
0.00047	0.00099	-0.00004	x_{149}

فيما يخص هدف رأس مال المحفظة؛ بما أن نطاق $\tilde{I}_p$ الذي حدده المستثمر هو [2000 ;8000]، فإن القيمة المستهدفة I_p^* تساوي 10000 ريال. ونفترض أن النسبة القصوى للانحرافات المسموح بها عن 10000 ريال تساوي 20% أي أن $\gamma_{I^l}^- = \gamma_{I^u}^+ = 2000$. يظهر في الشكل (6-أ) دالة الرضا $S_I(\gamma_I)$؛ حيث يكون المستثمر راضيا بشكل كامل عندما تكون الانحرافات γ_I^- و γ_I^+ ضمن الفترة [2000 ;0]، ويتم رفض المحفظة عندما يكون رأس المال $\tilde{I}_p$ أصغر من 8000 ريال أو أكبر من 12000 ريال. يكتب الشكل التحليلي الخاص بدالة الرضا $S_I(\gamma_I)$ على النحو التالي:

$$\begin{aligned}
&max\, S_I(\gamma_I) = \vartheta_{I1} + \vartheta_{I2} \\
&subject\ to \\
&0 \le \gamma_I^- \le 2000\vartheta_{I1} \\
&0 \le \gamma_I^+ \le 2000\vartheta_{I2} \\
&\vartheta_{I1} + \vartheta_{I2} = 1 \\
&\vartheta_{I1}, \vartheta_{I2} \in \{0,1\}
\end{aligned} \tag{14}$$

بالنسبة لعائد المحفظة واعتمادا على النتائج التي تم الحصول عليها؛ فإن القيمة $\tilde{R}_p$ تساوي 0.00304 أي أن $R_p^u = 0.00304$. يظهر في الشكل (6-ب) دالة الرضا $S_R^-(\gamma_R^-)$ والتي تكون في قيمتها القصوى وهي 1 (الرضا الكامل للمستثمر) عندما الانحرافات السالبة γ_R^- عن 0.00304 تساوي صفرا، ويتناقص رضا المستثمر عندما $\gamma_R^- \in]0; 0.00124[$. ويتم رفض المحفظة عندما ينخفض العائد انخفاضا يزيد عن 0.00124 أي أن $\gamma_R^- > 0.00124$ ويكتب الشكل التحليلي الخاص بدالة الرضا $S_R^-(\gamma_R^-)$ على النحو التالي:

يمكن كتابة البرنامج الرياضي الذي يهدف إلى تعظيم $S_R(\gamma_R)$ على النحو التالي:

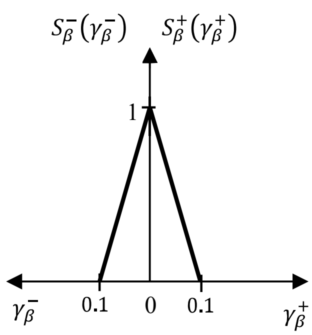
$$\begin{aligned}
&max\, S_R(\gamma_R) = 1 - \frac{\gamma_R^-}{0.00124} \\
&subject\ to \\
&0 \le \gamma_R^- \le 0.00124
\end{aligned} \tag{15}$$

وأما بالنسبة لهدف مخاطر المحفظة؛ فإن القيمة المستهدفة للمخاطرة $\tilde{\beta}_p$ تساوي 1. نفترض أن الحد الأقصى للانحراف المسموح به عن 1 يساوي 10% أو $\delta = 0.1$ أي أن $\tilde{\beta}_p \in [0.9; 1.1]$. يظهر في الشكل

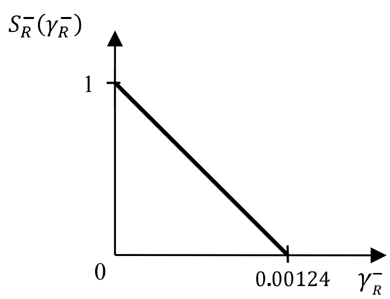
(6-ج) دالة الرضا $S_\beta(\gamma_\beta)$؛ حيث يكون المستثمر راضيا بشكل كامل عندما تكون الانحرافات عن 1 تساوي صفرا، ويتناقص مستوى الرضا عندما تكون الانحرافات γ_β^- و γ_β^+ ضمن الفترة $[0; 0.1]$، ويتم رفض المحفظة عندما يكون معامل مخاطر $\tilde{\beta}_p$ أصغر من 0.9 أو أكبر من 1.1. يكتب الشكل التحليلي الخاص بدالة الرضا $S_\beta(\gamma_\beta)$ على النحو التالي:

$$max\, S_\beta(\gamma_\beta) = \vartheta_{\beta 1}\left(1 - \frac{\gamma_\beta^-}{0.9}\right) + \vartheta_{\beta 2}\left(1 - \frac{\gamma_\beta^+}{1.1}\right) \quad (16)$$

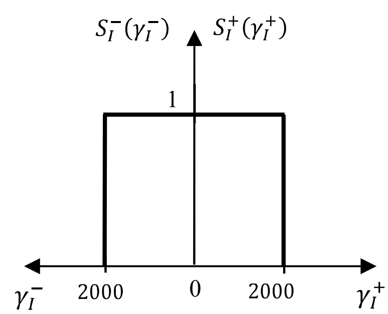
$$\begin{aligned} & subject\ to \\ & 0 \le \gamma_\beta^- \le 0.9\vartheta_{\beta 1} \\ & 0 \le \gamma_\beta^+ \le 1.1\vartheta_{\beta 2} \\ & \vartheta_{\beta 1} + \vartheta_{\beta 2} = 1 \\ & \vartheta_{\beta 1}, \vartheta_{\beta 2} \in \{0,1\} \end{aligned}$$



(ج): دالة الرضا المحددة لـ $\tilde{\beta}_p$.



(ب): دالة الرضا المحددة لـ $\tilde{R}_p$.



(أ): دالة الرضا المحددة لـ $\tilde{I}_p$.

الشكل 6: أشكال دوال الرضا المحددة لـ $\tilde{I}_p$،$\tilde{R}_p$،$\tilde{\beta}_p$.

على افتراض أن الأهداف محل الاهتمام متساوية الأوزان، أي أن $w_I = w_R = w_\beta = \frac{1}{3}$، فإنه باستخدام المعادلات (23)-(21)؛ يكتب البرنامج الرياضي متعدد الأهداف لحالة سوق تداول الأسهم السعودي على النحو التالي:

$$Max\, GS = \frac{1}{3}(\vartheta_{I1} + \vartheta_{I2}) + \frac{1}{3}\left(1 - \frac{\gamma_R^-}{0.00124}\right) + \frac{1}{3}\left(\vartheta_{\beta 1}\left(1 - \frac{\gamma_\beta^-}{0.1}\right) + \vartheta_{\beta 2}\left(1 - \frac{\gamma_\beta^+}{0.1}\right)\right) \quad (17)$$

$$subject\ to$$

$$\sum_{j=1}^{149} x_j + \gamma_I^- - \gamma_I^+ = 10000$$

$$\sum_{j=1}^{149} x_j = \tilde{I}_p$$

$$\sum_{j=1}^{149} \frac{r_j^* x_j}{\tilde{I}_p} + \gamma_R^- - \gamma_R^+ = 0.00304$$

$$\sum_{j=1}^{149} \frac{\beta_j x_j}{\tilde{I}_p} + \gamma_\beta^- - \gamma_\beta^+ = 1$$

$$0 \le \gamma_I^- \le 2000\vartheta_{I1}$$

$$0 \le \gamma_I^+ \le 2000\vartheta_{I2}$$

$$0 \le \gamma_R^- \le 0.00124$$

$$0 \le \gamma_\beta^- \le 0.9\vartheta_{\beta 1}$$

$$0 \le \gamma_\beta^+ \le 1.1\vartheta_{\beta 2}$$

$$\vartheta_{I1} + \vartheta_{I2} = 1$$

$$\vartheta_{\beta 1} + \vartheta_{\beta 2} = 1$$

$$12 \le \sum_{j=1}^{149} \vartheta_j \le 18$$

$$0.05\vartheta_j \le \frac{x_j}{\tilde{I}_p} \le 0.15\vartheta_j, \qquad for\ j = 1, \dots, 149$$

$$\sum_{j=1}^{43} \frac{x_j}{\bar{I}_p} \leq 0.4\,, \sum_{j=44}^{64} \frac{x_t}{\bar{I}_p} \leq 0.4, \sum_{j=65}^{101} \frac{x_t}{\bar{I}_p} \leq 0.4, \sum_{102}^{149} \frac{x_t}{\bar{I}_p} \leq 0.4$$

$$\vartheta_{I1}, \vartheta_{I2}, \vartheta_{\beta 1}, \vartheta_{\beta 2}, \vartheta_j \in \{0,1\}\,, \quad for\ j = 1, \ldots, 149.$$

حيث تظهر القيم المقدرة للمعلمات r_j^* و β_j على التوالي في الجدولين (1) و (4).

تم تلخيص الحل الأمثل للنموذج (17) في الجدول (5) والذي يحتوي على مبالغ الاستثمار x_j لكل سهم يتم اختياره ضمن المحفظة وقيم الأهداف ودرجات الرضا، والتي تم الحصول عليه بواسطة برنامج LINGO 9.0. النموذج (17) يعطي درجة رضا إجمالية للمستثمر بلغت 87.79%، حيث يتكون هذا الرضا من ثلاثة مقاييس: درجة رضا المستثمر الخاصة برأس المال الاستثمار، والدرجة الخاصة بالعائد، والدرجة الخاصة بمعامل مخاطر بيتا وهي تساوي على التوالي 100%، 63.36% و100% (انظر إلى الجدول (5)). بالنظر إلى درجات الرضا التي تم الحصول عليها؛ نلاحظ أن النموذج حقق الرضا التام بالنسبة لهدفي رأس مال الاستثمار والمخاطرة. تشير هذه النتائج إلى أن المستثمر كان وبشكل كبير يدرك أهدافه الخاصة أثناء اختيار المحفظة وهي أن تكون مربحة وبأقل مخاطر وبملغ استثمار محبذ، وأن هذا سيلبي تفضيلاته الاستثمارية.

بالنظر إلى الجدول رقم (5)؛ يمكن ملاحظة أن المحفظة فيها تنوع جيد على مستوى القطاعات وعلى مستوى الأسهم. فأما على مستوى القطاعات؛ تم تخصيص 4800 ريال في قطاع المالية أي بنسبة 40% من ميزانية الاستثمار، وتخصيص 1758 ريال في قطاع الصناعات والطاقة أي بنسبة 14.65% من الميزانية، وتخصيص 1200 ريال في قطاع المواد الأساسية أي بنسبة 10% من الميزانية، وأخير تخصيص 4242 ريال في قطاع الخدمات أي بنسبة 35.35% من الميزانية. وأما على مستوى الأسهم؛ لم يزد المبلغ المخصص لأي سهم من الأسهم التي تم اختيارها في المحفظة عن 1800 ريال أي بنسبة 15% من ميزانية الاستثمار. وبفحص معامل مخاطر بيتا للأسهم التي تم اختيارها؛ يمكن ملاحظة أنه قرابة 67% من هذه الأسهم لها معامل مخاطر بيتا يقل عن 1.2، وأن 33% من الأسهم التي تم اختيارها لها معامل مخاطر بيتا يزيد عن 1.2؛ ولهذا يمكن وصف هذه المحفظة على أنها أقل مخاطرة الأمر الذي يخفف من آثار تذبذب السوق.

ينبغي على المستثمر أن يتحلى بالحرص عند اختيار القيم الثابتة لمعلمات تفضيلاته ومعلمات تنويع المحفظة، حيث ينبغي أن تكون هذه الثوابت مرنة مع مختلف سيناريوهات المحفظة. فيما يلي؛ سوف نستقصي أثر تغير المعلمات المدخلة على الحل الذي تم الوصول إليه. سوف ندرس عدة أشكال من التغير؛

International Journal for Scientific Research (IJSR)

المجلة الدولية للبحوث العلمية

Vol. (2), No. (3) — March 2023 — الإصدار (2)، العدد (3)

وهي التغير في عدد الأسهم $\tilde{\ell}$، ومبلغ الاستثمار $\tilde{I}_p$، ومعامل بيتا $\tilde{\beta}_p$. بالإضافة إلى الحل الحالي، تم دراسة حالتين أُخريين كما يلي:

الحالة الأولى: تم الاقتراح فيها $1 \leq \tilde{\ell} \leq 8$ و $800 \leq \tilde{I}_p \leq 1200$. وبالنسبة لمعامل المخاطر فسوف نسمح إلى أن يكون $\tilde{\beta}_p > 1$، وهذا يتحقق بتقليل الانحرافات السالبة فقط γ_β^- لتجنب النقصان أكثر عن الهدف 1، وبالتالي تكون دالة الرضا $S_\beta(\gamma_\beta) = 1 - \frac{\gamma_\beta^+}{\gamma_{1+\delta}^+}$.

الحالة الثانية: تم الاقتراح فيها $20 \leq \tilde{\ell} \leq 30$ و $40000 \leq \tilde{I}_p \leq 60000$. وبالنسبة لمعامل المخاطر فسوف نسمح إلى أن يكون $\tilde{\beta}_p < 1$، وهذا يتحقق بتقليل الانحرافات السالبة فقط γ_β^+ لتجنب الزيادة أكثر عن الهدف 1، وبالتالي تكون دالة الرضا $S_\beta(\gamma_\beta) = 1 - \frac{\gamma_\beta^-}{\gamma_{1-\delta}^-}$.

جدول 5: تركيبة المحفظة المالية المختارة وقيم الأهداف ودرجات الرضا

المتغيرات	x_9	x_{17}	x_{39}	x_{42}	x_{51}	x_{78}	x_{96}	x_{104}	x_{114}	x_{124}	x_{132}	x_{141}
المبلغ المستثمر (بالريال السعودي)	600	1800	1800	600	1758	600	600	642	600	600	600	1800
β-المخاطر	1.22	1.09	1.16	1.24	1.17	1.28	0.25	0.17	1.23	1.05	0.04	1.11

الأهداف	مستويات الإنجاز	درجات الرضا
رأس المال الاستثمار	12000	% 100
العائد	0.00259	% 63.36
β-المخاطر	1	% 100
درجة الرضا العامة للمستثمر	-	**% 87.79**

بالإضافة إلى الحل الحالي، الجدول (6) يتضمن الحل الأمثل لهاتين الحالتين. بالرجوع إلى الجدول رقم (6)؛ نلاحظ عند مقارنة الحل الذي تم الحصول عليه في الحالة الأولى مع الحل الحالي أن درجة الرضا العام هي 88.82% بزيادة مقدارها 1.03% والتي نتجت من زيادة مستوى الرضا بسبب العائد بمقدار 3.09% عن الحل الحالي بينما انخفضت في المقابل درجة الرضا المتعلقة بمعامل بيتا بمقدار 14%. وعند مقارنة الحل الذي تم الحصول عليه في الحالة الثانية مع الحل الحالي نلاحظ أن درجة الرضا العام هي 77.14% بانخفاض

مقدارها 1.65% والتي نتجت من انخفاض مستوى الرضا بسبب العائد بمقدار 31.95% عن الحل الحالي بينما كانت درجة الرضا المتعلقة بمعامل بيتا درجة كاملة 100% في كلا الحالتين.

جدول 6: حلول المحفظة المالية بتغير عدد الأسهم في المحفظة، رأس المال الاستثمار والبيتا

	الحالة الأولى		الحالة الحالية		الحالة الثانية	
	$1 \leq \tilde{\ell} \leq 8$		$12 \leq \tilde{\ell} \leq 18$		$20 \leq \tilde{\ell} \leq 30$	
	$800 \leq \tilde{I}_p \leq 1200$		$8000 \leq \tilde{I}_p \leq 12000$		$40000 \leq \tilde{I}_p \leq 60000$	
	$\tilde{\beta}_p > 1$		$\tilde{\beta}_p = 1$		$\tilde{\beta}_p < 1$	
	المتغيرات	**المبلغ**	**المتغيرات**	**المبلغ**	**المتغيرات**	**المبلغ**
	x_9	120	x_9	600	x_5	2000
	x_{17}	180	x_{17}	1800	x_9	2000
	x_{39}	180	x_{39}	1800	x_{11}	2000
	x_{51}	180	x_{42}	600	x_{17}	2000
	x_{78}	60	x_{51}	1758	x_{18}	2000
	x_{104}	180	x_{78}	600	x_{35}	2000
	x_{114}	120	x_{96}	600	x_{39}	2000
	x_{141}	180	x_{104}	642	x_{42}	2000
	-	-	x_{114}	600	x_{51}	2000
	-	-	x_{124}	600	x_{63}	2000
	-	-	x_{132}	600	x_{78}	2000
	-	-	x_{141}	1800	x_{96}	2000
	-	-	-	-	x_{102}	2000
	-	-	-	-	x_{104}	2000
	-	-	-	-	x_{113}	2000
	-	-	-	-	x_{114}	2000
	-	-	-	-	x_{124}	2000
	-	-	-	-	x_{130}	2000
	-	-	-	-	x_{132}	2000
	-	-	-	-	x_{141}	2000
الأهداف	**مستويات الإنجاز**	**درجات الرضا**	**مستويات الإنجاز**	**درجات الرضا**	**مستويات الإنجاز**	**درجات الرضا**
رأس المال الاستثمار	1200	% 100	12000	% 100	40000	% 100
العائد	0.00262	% 66.45	0.00259	% 63.36	0.00219	% 31.41
β-المخاطر	1.014	% 86	1	% 100	0.98	% 100
درجة الرضا العامة للمستثمر	**% 88.82**		**% 87.79**		**% 77.14**	

6. الخاتمة

إن نموذج البرمجة بالأهداف المدمج بدوال الرضا يهدف إلى الوصول رياضيا إلى أفضل الحلول التوافقية بين عدة أهداف (رأس مال الاستثمار، العائد والمخاطر) في بيئة تتسم بعدم التأكد. من مزايا هذه المقاربة أنها تقدم أسلوب معقول لنمذجة تفضيلات المستثمر بشكل صريح في مشكلة اختيار المحفظة المالية. بالإضافة إلى ابتكار أسلوب لاتخاذ القرار بشكل لا يسمح فحسب للمستثمر بالاعتماد على النتائج التي حصل عليها من النموذج الرياضي؛ بل يسمح له أيضا – إذا تطلب الأمر – أن يراجع معاملات تفضيلاته. وختاما فإن هناك عددا من الأبحاث المستقبلية التي يمكن ان تنطلق من هذا العمل. أولا: من المهم وصف واختبار دوال تفضيلات أخرى مختلفة من حيث الشكل والنوع وذلك لعكس أحكام وتفضيلات المستثمر في معلومات أكثر دقة. ثانيا: يمكن تطوير النموذج المقترح ليشمل أهداف إضافية مثل القابلية للتسويق وربحية توزيعات الأسهم وغيرها. وأخيرا: من الممكن تأكيد قوة النتائج التي تم الوصول إليها بإجراء تحليل خارج العينة.

المراجع

Almahdi, S., & Yang, S. Y. (2017). An adaptive portfolio trading system: A risk-return portfolio optimization using recurrent reinforcement learning with expected maximum drawdown. *Expert Systems with Applications*, *87*, 267–279. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.eswa.2017.06.023

Bahloul, S., & Abid, F. (2011). A Combined Analytic Hierarchy Process and Goal Programming Approach to International Portfolio Selection in the Presence of Investment Barriers. *International Journal of Multicriteria Decision Making*, *3*. https://doi.org/10.2139/ssrn.1806969

Ballestero, E., Pérez-Gladish, B., Arenas-Parra, M., & Bilbao-Terol, A. (2009). Selecting Portfolios Given Multiple Eurostoxx-Based Uncertainty Scenarios: A Stochastic Goal Programming Approach from Fuzzy Betas. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, *47*(1), 59–70. https://doi.org/10.3138/infor.47.1.59

Batson, R. G. (1989). Financial planning using goal programming. *Long Range Planning*, *22*(5), 112–120. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0024-6301(89)90175-1

Bellman, R. E., & Zadeh, L. A. (1970). Decision-Making in a Fuzzy Environment. *Management Science*, *17*(4), B141--B164. http://www.jstor.org/stable/2629367

Bilbao-Terol, A., Arenas-Parra, M., & Cañal-Fernández, V. (2012). A fuzzy multi-objective approach for sustainable investments. *Expert Systems with Applications*, 39 (12), 10904–10915. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.03.034

Bilbao-Terol, A., Pérez-Gladish, B., Arenas-Parra, M., & Rodríguez-Uría, M. V. (2006). Fuzzy compromise programming for portfolio selection. *Applied Mathematics and Computation*, *173*(1), 251–264. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.amc.2005.04.003

Bravo, M., Pla-Santamaria, D., & Garcia-Bernabeu, A. (2010). Portfolio Selection from Multiple Benchmarks: A Goal Programming Approach to an Actual Case. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, *17*(5–6), 155–166. https://doi.org/https://doi.org/10.1002/mcda.460

Calvo, C., Ivorra, C., & Liern, V. (2016). Fuzzy portfolio selection with non-financial goals: exploring the efficient frontier. *Annals of Operations Research*, *245*(1), 31–46. https://doi.org/10.1007/s10479-014-1561-2

Charnes, A., & Cooper, W. W. (1957). Management Models and Industrial Applications of Linear Programming. *Management Science*, *4*(1), 38–91. http://www.jstor.org/stable/2627263

Cherif, M. S., Aouni, B., & Chabchoub, H. (2010). An imprecise goal programming approach for modeling design team's preferences in quality function deployment planning process. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, *17*(5–6), 137–154. https://doi.org/https://doi.org/10.1002/mcda.458

Cherif, M. S., Aouni, B., & Chabchoub, H. (2014). A product design methodology and a global optimisation model for QFD planning process. *International Journal of Applied Nonlinear Science*, *1*(2), 173–205. https://doi.org/10.1504/IJANS.2014.060996

Gupta, M., & Bhattacharjee, D. (2010). Min sum weighted fuzzy goal programming model in investment management planning: A case study. *International Research Journal of Finance and Economics*, *56*, 76–81. https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-78349272362&partnerID=40&md5=e033a25ec1134e2ace75716d6aac8a96

Han, Y., & Li, P. (2017). An empirical study of chance-constrained portfolio selection model. *Procedia Computer Science*, *122*, 1189–1195. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.11.491

Iorio, C., Frasso, G., D'Ambrosio, A., & Siciliano, R. (2018). A P-spline based clustering approach for portfolio selection. *Expert Systems with Applications*, *95*, 88–103. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.eswa.2017.11.031

Jayaraman, R., Colapinto, C., Torre, D. La, & Malik, T. (2015). Multi-criteria model for sustainable development using goal programming applied to the United Arab Emirates. *Energy Policy*, *87*, 447–454. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.enpol.2015.09.027

Ji, X., Zhu, S., Wang, S., & Zhang, S. (2005). A stochastic linear goal programming approach to multistage portfolio management based on scenario generation via linear programming. *IIE Transactions*, *37*(10), 957–969. https://doi.org/10.1080/07408170591008082

Kocadağlı, O., & Keskin, R. (2015). A novel portfolio selection model based on fuzzy goal programming with different importance and priorities. *Expert Systems with Applications*, *42*(20), 6898–6912. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.eswa.2015.04.047

Konno, H., & Yamazaki, H. (1991). Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market. *Management Science*, *37*(5), 519–531. http://www.jstor.org/stable/2632458

La Torre, D., & Maggis, M. (2012). A Goal Programming Model with Satisfaction Function for Risk Management and Optimal Portfolio Diversification. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, *50*. https://doi.org/10.3138/infor.50.3.117

Lee, S. M., & Chesser, D. L. (1980). Goal programming for portfolio selection. *The Journal of Portfolio Management*, *6*(3), 22–26. https://doi.org/10.3905/jpm.1980.408744

Lintner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *The Review of Economics and Statistics*, *47*(1), 13–37. http://www.jstor.org/stable/1924119

Liu, S.-T. (2011). A fuzzy modeling for fuzzy portfolio optimization. *Expert Systems with Applications*, *38*(11), 13803–13809. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.04.183

Mansini, R., & Speranza, M. G. (1999). Heuristic algorithms for the portfolio selection problem with minimum transaction lots. *European Journal of Operational Research*, *114*(2), 219–233. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0377-2217(98)00252-5

Mansour, N., Cherif, M. S., & Abdelfattah, W. (2019). Multi-objective imprecise programming for financial portfolio selection with fuzzy returns. *Expert Systems with Applications*, *138*, 112810. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.07.027

Markowitz, H. (1952). PORTFOLIO SELECTION*. *The Journal of Finance*, *7*(1), 77–91. https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x

Martel, J.-M., & Aouni, B. (1990). Incorporating the Decision-Maker's Preferences in the Goal-Programming Model. *The Journal of the Operational Research Society*, *41*(12), 1121–1132. http://www.jstor.org/stable/2583109

Perez Gladish, B., Jones, D. F., Tamiz, M., & Bilbao Terol, A. (2007). An interactive three-stage model for mutual funds portfolio selection. *Omega*, *35*(1), 75–88. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.omega.2005.04.003

Perold, A. F. (1984). Large-Scale Portfolio Optimization. *Management Science*, *30*(10), 1143–1160. http://www.jstor.org/stable/2631383

Qi-fa, X., Cui-xia, J., & Pu, K. (2007). Dynamic Portfolio Selection with Higher Moments Risk Based on Polynomial Goal Programming. *Proceedings of 2007 International Conference on Management Science and Engineering, ICMSE'07 (14th)*. https://doi.org/10.1109/ICMSE.2007.4422158

Ross, S. A. (1976). The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, *13*(3), 341–360. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0022-0531(76)90046-6

Schaerf, A. (2002). Local Search Techniques for Constrained Portfolio Selection Problems. *Computational Economics*, *20*(3), 177–190. https://doi.org/10.1023/A:1020920706534

Sharpe, W. F. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, *9*(2), 277–293. https://doi.org/10.1287/mnsc.9.2.277

Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, *19*(3), 425–442. http://www.jstor.org/stable/2977928

Steuer, R. E., & Na, P. (2003). Multiple criteria decision making combined with finance: A categorized bibliographic study. *European Journal of Operational Research*, *150*(3), 496–515. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00774-9

Tamiz, M, Hasham, R., Jones, D. F., Hesni, B., & Fargher, E. K. (1996). A Two Staged Goal Programming Model for Portfolio Selection. In Mehrdad Tamiz (Ed.), Multi-Objective Programming and Goal *Programming: Theories and Applications* (pp. 286–299). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-87561-8_19

Tamiz, M., & Azmi, R. A. (2019). Goal programming with extended factors for portfolio selection. *International Transactions in Operational Research*, *26*(6), 2324–2336. https://doi.org/https://doi.org/10.1111/itor.12423

Tanaka, H., Guo, P., & Türksen, I. B. (2000). Portfolio selection based on fuzzy probabilities and possibility distributions. *Fuzzy Sets and Systems*, *111*(3), 387–397. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0165-0114(98)00041-4

Watada, J. (1997). Fuzzy Portfolio Selection and Its Applications to Decision making. *Tatra Mountains Mathematics Publication*, *13*, 219–248. https://ci.nii.ac.jp/naid/10015088858/en/

Xidonas, P., Mavrotas, G., Hassapis, C., & Zopounidis, C. (2017). Robust multiobjective portfolio optimization: A minimax regret approach. *European Journal of Operational Research*, *262*(1), 299–305. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.03.041

ISSN 2755-3418 (Online)